

KOVARIACINIŲ FOTOGRAMETRIJOS ASPEKTŲ TAIKYMAS  
ANALIZUOJANT ELEKTROKARDIOGRAMASJonas Skeivalas<sup>1</sup>, Lina Barzdaitė<sup>2</sup><sup>1</sup>Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

El. paštas Jonas.Skeivalas@vgtu.lt

<sup>2</sup>Informacinių technologijų skyrius, Vilniaus universiteto ligoninės Santariškių klinikos,  
Santariškių g. 2, LT-08661 Vilnius, Lietuva

El. paštas lina.barzdaite@santa.lt

Įteikta 2010 03 22; priimta 2010 04 01

**Santrauka.** Analizuojama elektrokardiogramų standartinių derivacijų ir jų parametrų, nustatytų atliekant atitinkamas apdorojimo procedūras, kaita virtualioje erdvėje. Tiriant taikyta derivacijų koreliacinė analizė. Pagal kovariacinių matricų teoriją nustatyta visumos standartinių derivacijų vektorių tarpusavio koreliacijos koeficientų reikšmių kaita. Žmogaus širdies elektrinio lauko potencialų verčių masyvai apdorojami virtualiojoje koordinatinių sistemoje.

**Reikšminiai žodžiai:** elektrokardiograma, kovariacija, virtualiųjų koordinatinių sistema.

## 1. Įvadas

Taikant kovariacinių matricų teorijos principus nagrinėjama elektrokardiogramų derivacijų tarpusavio kovariacija. Remiamasi prielaida, kad elektrokardiogramų derivacijos yra atsitiktinės stacionariosios funkcijos  $F(t)$ . Šią prielaidą suponuoja tai, kad derivacijos yra vieno elektrinių virpesių šaltinio atsitiktinių virpesių išraiška, kai atsitiktinio proceso vidurkis  $MF(t) = \text{const}$  ir dispersija  $DF(t) = \text{const}$ . Atsitiktiniais virpesiais tampa dėl atsitiktinio proceso vidinių ir išorinių faktorių įtakos bei atsitiktinių matavimo klaidų.

Elektrokardiogramų derivacijų kreivės sudaromos pagal žmogaus širdies sukurtą elektros lauko potencialų pokyčius tam tikruose taškuose. Dabartiniai elektrokardiografai fiksuoja nuo 0,05 Hz iki 1 kHz dažnių elektrinius biolauko virpesius (Daunoras 2007). Matavimo prietaisų dažninės bei fazinės charakteristikos turi įtakos elektrokardiogramų derivacijų formai ir kokybei (Berškienė 2005; Janušauskas 2007; Patackaitė 2007; Rugienius 2004; Warner *et al.* 2002).

Taikant virtualiųjų koordinatinių sistemą buvo analizuota elektrinio lauko jėgų stiprio kovariacijų kaita pagal laiką. Sudarytos išraiškos kovariacinių matricų įvertiams skaičiuoti virtualiųjų koordinatinių erdvėje.

## 2. Derivacijų kovariacijų matricos

Paprastai elektrokardiogramos derivacijos pagal jų fizinę prasmę sudaro 4 derivacijų sistemas. Taigi žmogaus širdies sukuriama elektros lauko potencialų pokyčiai (kaip

standartinės bei krūtinės ir galūnių derivacijos) kiekvienoje sistemoje turi po tris derivacijas. Kiekvieną derivaciją sudaro žmogaus krūtinės ir galūnių atitinkamų taškų potencialų reikšmių (maždaug 5000) vektorius  $F_i$ . Įprastinė derivacijų simbolika: I, II, III derivacijos – pirmoji sistema; aVR, aVL, aVF – antroji sistema; V1, V2, V3 – trečioji sistema ir V4, V5, V6 – ketvirtoji sistema.

Taigi sudarytieji 12-os elektrokardiogramos derivacijų vektoriai sukuria matricą  $F$ , kurios kiekvienas stulpelis yra atitinkamos derivacijos vektorius  $F_i$ , t. y.  $F = (F_1, F_2, \dots, F_{12})$ . Matricos  $F$  kovariacinę matricą  $K_F$  galima apskaičiuoti pagal formulę (Skeivalas, Kizlaitis 2008; Skeivalas 2008):

$$K_F = M \{ \delta F^T \cdot \delta F \}, \quad (1)$$

čia  $M$  – vidurkio simbolis,  $\delta F = (\delta F_1, \delta F_2, \dots, \delta F_{12})$ ,  $\delta F_i = F_i - MF_i$  –  $i$ -ojo derivacijų vektoriaus nuokrypis nuo  $i$ -ojo vektoriaus vidurkio.

Kovariacinės matricos įvertis  $K'_F$  yra lygus

$$K'_F = \frac{1}{n-1} \delta F^T \cdot \delta F, \quad (2)$$

čia  $n = 12$  – vektorių (stulpelių) skaičius.

Derivacijų vektorių matricos  $F$  koreliacijos koeficientų matricos įvertis  $R'_F$  skaičiuojamas taikant kovariacinės matricos įvertį  $K'_F$  (Skeivalas 2008):

$$R'_F = D_F^{-1/2} K'_F D_F^{-1/2}, \quad (3)$$

čia  $D_F$  – kovariacnės matricos įverčio  $K'_F$  pagrindinės diagonalės narių diagonalioji matrica. Koreliacijos koeficientų matricos įvertis  $R'_F$  rodo statistinę priklausomybę tarp elektrokardiogramos derivacijų. Kadangi kiekviena derivacija registruoja žmogaus širdies atitinkamos zonos potencialų reikšmes tam tikrą laiko intervalą, tai matrica  $R'_F$  rodo atitinkamų širdies zonų potencialų vektorių  $F_i$  tarpusavio koreliacijos stiprumą, jos kaitą bei mastą.

Elektrokardiogramos derivacijų vektorių tarpusavio koreliacijos koeficientų reikšmės apibūdina, koku lygmeniu atitinkamos širdies zonos turi įtakos viena kitai. Teigiamieji koreliacijos koeficientai esti, kai zonų tarpusavio įtaka viena kitai teigiama, gi neigiamosios koreliacijos koeficientų reikšmės rodo, jog atitinkamų širdies zonų potencialų vektorių tarpusavio sąveika yra nesuderinama ir vienas kitą slopina.

Apskaičiuotų tarpusavio koreliacijos tarp derivacijų koeficientų tikslumas apibrėžiamas standartiniu nuokrypiu  $\sigma_r$ , jo reikšmę įvertinant pagal formulę (Skeivalas 2008)

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{n}}(1 - r_{ij}^2), \quad (4)$$

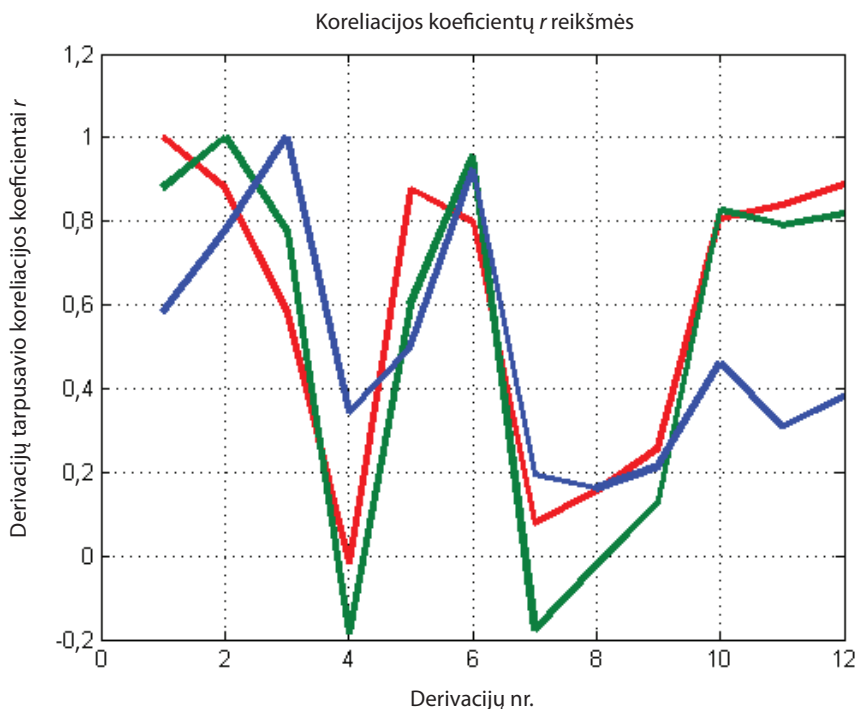
čia  $n = 5000$  – derivacijos reikšmių skaičius,  $r_{ij}$  – koreliacijos tarp atitinkamų derivacijų vektorių  $F_i$  ir  $F_j$  koeficientas. Didžiausias standartinis nuokrypis gaunamas, kai koreliacijos koeficiento  $r_{ij}$  reikšmė yra artima nuliui, ir šiuo atveju turėtume  $\sigma_r \approx 0,013$ . Pastaroji reikšmė rodo patikimą koreliacijos koeficiento  $r_{ij}$  skaičiavimų tikslumą.

### 3. Eksperimento ir skaičiavimų rezultatai

Skaičiavimams panaudota 12 širdies elektrokardiogramos derivacijų, kai atitinkamų žmogaus krūtinės ir galūnių tam tikrų taškų potencialų reikšmės fiksuojamos kas 1 ms 5 sekundes. Taigi kiekvienos derivacijos potencialų reikšmių skaičius  $n = 5000$ . Elektrokardiogramos užrašytos elektroniniu pavidalu, kad galima būtų analizuoti toliau, duomenys konvertuoti į *FDA XML (XL7 a EC9)* formatą. Duomenys apdoroti pagal autorių sudarytą kompiuterinę programą *KorEkg.m*, taikant *Matlab* programinio paketo operatorius.

1 pav. pateikta trijų derivacijų – I, II, III vektorių sąveikos su visais kitais derivacijų vektoriais (aVR, aVL, aVF, V1, V2, V3, V4, V5, V6) tarpusavio koreliacijos koeficientų kaita eilės tvarka. Iš paveikslo kreivių matyti nedidelė neigiama I derivacijos tarpusavio koreliacija ( $r \approx -0,02$ ) su ketvirtąja derivacija (aVR). II derivacijos akivaizdžios neigiamos tarpusavio koreliacijos ( $r \approx -0,02$ ) su ketvirtąja (aVR) ir septintąja (V1) derivacijomis bei nedidelė neigiamoji koreliacija ( $r \approx -0,02$ ) su aštuntąja derivacija (V2). III derivacijos tarpusavio koreliacijos koeficientų reikšmės su visomis kitomis derivacijomis yra teigiamos. Tai rodo šios derivacijos potencialų vektoriaus teigiamą poveikį visoms kitoms derivacijoms. Gi I ir II derivacijų potencialų vektorių poveikiai į derivacijas aVR ir V1 yra neigiami.

Didžiausios teigiamos koreliacijos koeficientų reikšmės  $r = (0,6 - 0,9)$  nustatytos I, II ir III derivacijų su derivacijomis aVL, aVF, V4, V5, V6.



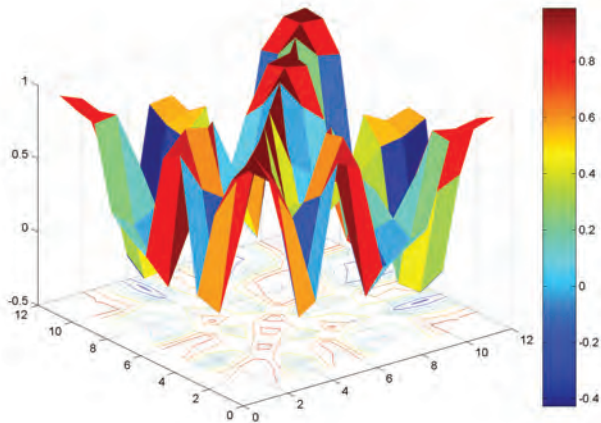
1 pav. I, II, III derivacijų tarpusavio koreliacija su kitomis derivacijomis

Fig. 1. Inter-correlation the derivations I, II, III with others derivations

2-ajame paveiksle parodytas visų 12 derivacijų vektorių koreliacinės matricos bendras erdvinis vaizdas ortogonaliojoje projekcijoje. Koreliacijos koeficientų spalvų skalė leidžia lengvai įvertinti bet kurių derivacijų vektorių tarpusavio koreliacijų lygmenį.

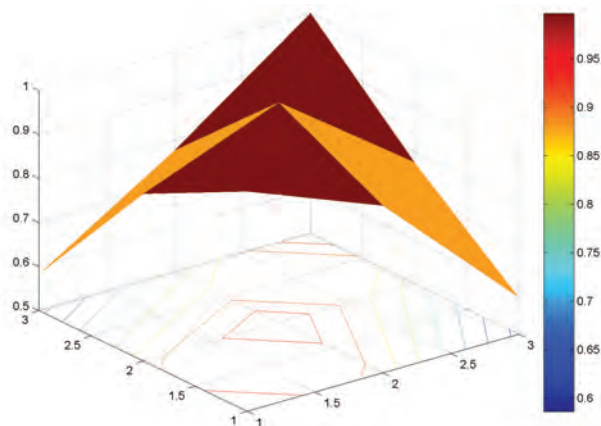
3–6 paveiksluose pateikiami keturių sistemų derivacijų vektorių koreliacinių matricų erdviniai vaizdai ortogonaliosiose projekcijose. Pagal šiuos vaizdus matyti, kurių derivacijų sistemose vidinė tarpusavio koreliacija yra teigiama ar neigiama ir koks jų lygmuo.

7 pav. pateiktas 12 derivacijų vektorių koreliacinės matricos fragmentų kaitos procentais grafikas. Iš jo matyti, kokią koreliacinės matricos dalį užima derivacijų tarpusavio priklausomybės su atitinkamomis koreliacijos koeficientų reikšmėmis. Neigiamas koreliacijos koeficientų reikšmes turi apie 20 % koreliacinės matricos narių, o didesnes nei +0,5 koreliacijos koeficientų reikšmes įgauna apie 50 % koreliacinės matricos narių.



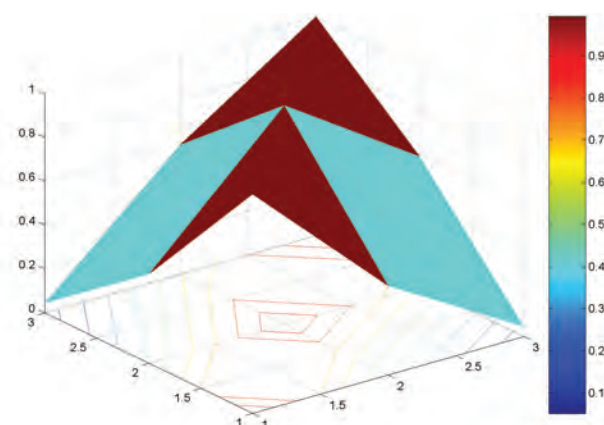
2 pav. 12 derivacijų vektorių koreliacinės matricos erdvinis vaizdas

Fig. 2. Spatial view of matrix of correlations vector for 12 derivations



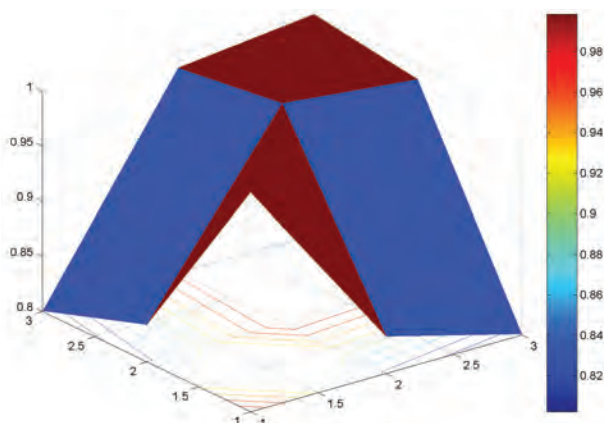
3 pav. I, II, III derivacijų sistemos koreliacinės matricos erdvinis vaizdas

Fig. 3. Spatial view of correlations matrix for system of derivations I, II, III



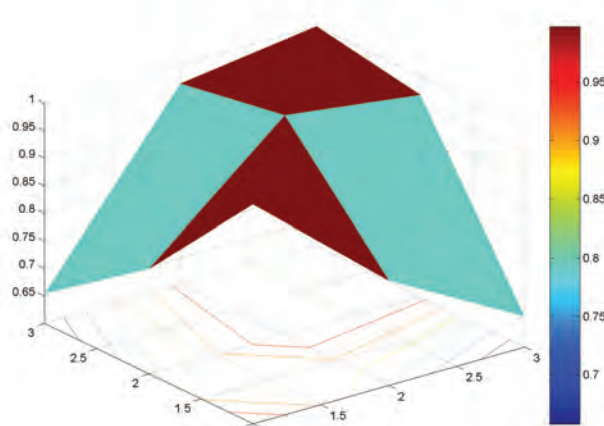
4 pav. aVR, aVL, aVF derivacijų sistemos koreliacinės matricos erdvinis vaizdas

Fig. 4. Spatial view of correlations matrix for system of derivations aVR, aVL, aVF



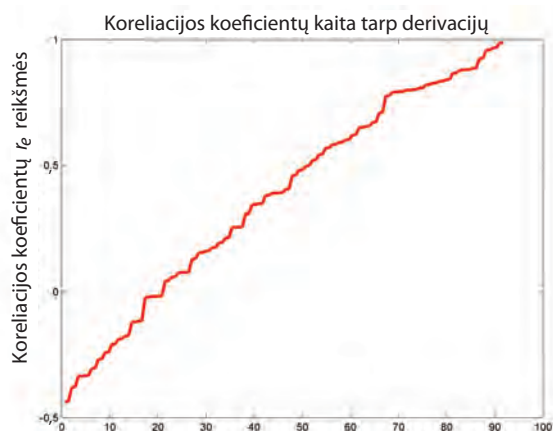
5 pav. V1, V2, V3 derivacijų sistemos koreliacinės matricos erdvinis vaizdas

Fig. 5. Spatial view of correlations matrix for system of derivations V1, V2, V3



6 pav. V4, V5, V6 derivacijų sistemos koreliacinės matricos erdvinis vaizdas

Fig. 6. Spatial view of correlations matrix for system of derivations V4, V5, V6



Derivacijos koreliacinės matricos fragmentų apimtis procentais

7 pav. 12 derivacijų vektorių koreliacinės matricos fragmentų kaita

Fig. 7. The fluctuation of fragments of correlations matrix of vectors for 12 derivations

#### 4. Išvados

1. Žmogaus širdies elektrokardiogramos derivacijos yra laiko ir atitinkamos širdies zonos potencialų, taigi virtualiųjų erdviųjų koordinačių funkciniai vektoriai. Taikant kovariacinių matricių teoriją bei sukurtą kompiuterinę programą *KorEkg.m Matlab7* operatorių aplinkoje buvo atlikti tyrimai, nustatyti derivacijų vektorių tarpusavio koreliacijų pokyčiai bei gauti koreliacijos koeficientų matricių vaizdai.
2. Pagal sudarytas koreliacinių matricių skaitmenines ir grafines išraiškas galima rasti derivacijų tarpusavio priklausomybes su atitinkamomis koreliacijos koeficientų reikšmėmis ir jų procentais. Kadangi kiekvienos derivacijos vektorius išreiškia atitinkamos širdies zonos aktyvumą, tai pagal tokią koreliacijos koeficientų apimtį galima spręsti apie širdies elektrinio lauko potencialų slopinimą bei potencialų stiprinimą tam tikrose zonose.

#### Literatūra

- Berškienė, K. 2005. Ryšys tarp elektrokardiogramos parametrų ir arterinio sistolinio kraujo spaudimo, *Lithuanian Journal of Cardiology* 12(2): 86–91.
- Daunoras, J. 2007. Pulse sensor of physiological parameter monitoring system, *Electronics and Electrical Engineering* 78(6): 67–70.
- Janušauskas, A. 2007. Sinchroniškai įrašytų elektrokardiogramos ir impedanso kardiogramos charakteringų taškų radimas naudojant empirinę modų dekompoziciją, iš *Biomedicininė inžinerija* [Biomedical engineering]: tarptautinės konferencijos medžiaga, 2007 m. spalio 25–26 d. Kaunas: Technologija, 36–40.
- Patackaitė, K. 2007. Henkelio matricių panaudojimas tiriant elektrokardiogramos R bangos parametrų kompleksiskumą, *Matematika ir matematinis modeliavimas* 3: 110–113.
- Rugienius, J. S. 2004. *Klinikinė elektrokardiologija*. Vilnius. 260 p.
- Skeivalas, J.; Kizlaitis, R. 2008. GPS skaitinių metodų taikymas elektrokardiogramų analizei [The application of GPS numerical methods in the analysis of electrocardiograms], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 34(4): 127–133. doi:10.3846/1392-1541.2008.34.127-133
- Skeivalas, J. 2008. *GPS tinklų teorija ir praktika* [Theory and practice of GPS networks]. Vilnius: Technika. 288 p. doi:10.3846/1450-M
- Warner, R., et al. 2002. Improved electrocardiographic detection of left ventricular hypertrophy, *Journal of Electrocardiol* 35: 111–5. doi:10.1054/jelc.2002.37163

**Jonas SKEIVALAS.** Prof., Doctor Habil. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705, e-mail: [jonas.skeivalas@vgtu.lt](mailto:jonas.skeivalas@vgtu.lt).

Author of 3 monographs and more than 150 research papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.

**Lina BARZDAITĖ.** Head of IT Department, Vilnius University Hospital Santariškių klinikos, Santariškių g. 2, LT-08661 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 2365092, Fax +370 5 2365111, ITT Project manager of Association of Santariškes Medical Institutions, P. Baublio g. 3B, LT-08406 Vilnius, Lithuania, Ph. +370 5 2720 664, Master of Information Systems in Vilnius Gediminas Technical University, e-mail: [Lina.Barzdaite@santa.lt](mailto:Lina.Barzdaite@santa.lt).

Research interests: Formal specification of Information System requirements, artificial intelligence.