GEODEZIJA IR KARTOGRAFIJA / GEODESY AND CARTOGRAPHY
2008
34(1): 12–18

UDK 528.14 doi: 10.3846/1392-1541.2008.34.12-18

KOLOKACIJOS METODO IR SĄLYGINIŲ LYGČIŲ TAIKYMAS *GPS* MATAVIMŲ REZULTATAMS APDOROTI

Jonas Skeivalas

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva,
el. paštas Jonas.Skeivalas@ap.vgtu.lt*

Įteikta 2007 10 08, priimta 2007 12 18

Santrauka. Analizuojami pseudoatstumų ir nešlio fazių matavimų rezultatų apdorojimo metodai, kai duomenys gauti naudojant dviejų nešlio dažnių GPS imtuvus. Taikoma kolokacijos metodas, pseudoatstumų ir nešlio fazių sąlyginės lygtys su papildomais parametrais. Lygtys sudaromos kiekvienai epochai pagal kiekvieno palydovo signalų matavimo rezultatus. Siūlomu metodu galima patikimiau eliminuoti atsitiktines ir sistemingąsias matavimų klaidas, kurių pagrindinis šaltinis – jonosferos ir troposferos įtaka.

Reikšminiai žodžiai: GPS, kolokacija, pseudoatstumų ir nešlio fazės, klaidos dėl jonosferos įtakos, mažiausiųjų kvadratų metodas.

1. Įvadas

GPS matavimo rezultatų tikslumui įtakos turi daugelis veiksnių: dirbtinių Žemės palydovų (DŽP) efemeridžių klaidos, DŽP geometrija, GPS imtuvų ir palydovų laikrodžių klaidos, signalų interferencija ir atspindžiai, troposfera, jonosfera bei kitų šaltinių lemiamos klaidos. Didžiausia GPS matavimų tikslumui troposferos ir jonosferos įtaka. Nemaža autorių įvairiais aspektais analizavo ir analizuoja matavimų klaidas, atitinkamų dydžių ir parametrų nustatymo tikslumą, skaičiavimo algoritmų sudarymą (Bauer 1994; Gao and Liu 2002; Hankemeier 2002; Hofman-Wellenhof *et al.* 1992; Koch 2000; Leick 1995; Pulinets and Liu 2004; Skeivalas 2002; Skeivalas 2003; Teunissen 1999; Yih Hwa Ho *et al.* 2002). Dažniausiai jonosferos įtakai matavimo rezultatuose eliminuoti taikomi dviejų nešlio dažnių tiesiniai modeliai, o troposferos įtakai sumažinti – atitinkami netiesiniai modeliai.

Straipsnyje siūlomas metodas pagrįstas sąlyginių lygčių su papildomais parametrais taikymu pseudoatstumų ir nešlio fazių matavimų rezultatams apdoroti. Sąlyginės lygtys sudaromos taikant du nešlio dažnius ir sprendžiamos mažiausiųjų kvadratų metodu. Taikant papildomus parametrus bei kolokacijos metodą, matavimų klaidų sistemingoji komponentė eliminuojama patikimiau.

2. Metodo esmė

Dėl jonosferos bei kitų šaltinių įtakos atsiradusioms matavimo klaidų atsitiktinėms ir sistemingosioms komponentėms eliminuoti taikomas mažiausiųjų kvadratų metodas su papildomais parametrais. Kolokacijos metodas leidžia patikslinti jonosferos sistemingosios komponentės reikšmę, matavimų rezultatus papildant naujomis imtimis.

Nagrinėsime jonosferos įtaką pseudoatstumams ir nešlio fazėms. Pseudoatstumo klaidos dėl jonosferos įtakos $L1$ ir $L2$ kanaluose įvertinamos formulėmis (Bauer 1994; Hofmann-Wellenhof *et al.* 1992; Leick 1995):

$$\delta R_{j,i}^{k,jon}(t)=\frac{40,3}{f_j^2}TEC(t), \quad j=1,2, \tag{1}$$

arba

$$\left.\begin{aligned}\delta R_{1,i}^{k,jon}(t)&=16,237\,2\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}\\ \delta R_{2,i}^{k,jon}(t)&=26,741\,8\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}\end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

čia $\delta R_{1,i}^{k,jon}(t)$, $\delta R_{2,i}^{k,jon}(t)$ – $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų tarp i-ojo imtuvo ir palydovo k klaidos laiko momentu t, f_1, f_2 – $L1$ ir $L2$ kanalų nešlio dažniai, $TEC(t)$ rodo laisvųjų elektronų skaičių atmosferos stulpe, kurio pagrindo plotas lygus 1 m^2, o aukštis skaičiuojamas nuo imtuvo iki palydovo. *TEC* reikšmei nustatyti reikalingi specialūs fizikiniai matavimai, todėl dažniausiai jonosferos įtakai matavimo rezultatuose eliminuoti taikomi dviejų nešlio dažnių tiesiniai modeliai.

TEC modelį taikome tardami, kad jo struktūra sudaryta iš dviejų dėmenų – sistemingojo ir atsitiktinio, t. y. $TEC(t)=TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)$. TEC_{sist} tam tikrą matavimų tarpsnį $t_1 - t_n$ yra const. $TEC_{ats}(t)$ kinta atsitiktinai, priklausomai nuo atsitiktinės jonosferos būklės ir nuo atsitiktinių matavimo klaidų.

ISSN 1392-1541 print / ISSN 1648-3502 online
http://www.gc.vgtu.lt

Nešlio fazių klaidos $\delta\Phi_{1,i}^{k,jon}(t)$ ir $\delta\Phi_{2,i}^{k,jon}(t)$ dėl jonosferos įtakos $L1$ ir $L2$ kanaluose išreiškiamos šiomis formulėmis:

$$\delta\Phi_{j,i}^{k,jon}(t)=\frac{40{,}3}{cf_j}TEC(t), \quad j=1,2, \tag{3}$$

arba

$$\left.\begin{aligned}\delta\Phi_{1,i}^{k,jon}(t)&=85{,}327\,3\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}\\ \text{ir } \delta\Phi_{2,i}^{k,jon}(t)&=109{,}503\,4\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}\end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

čia c – virpesių greitis vakuume.

Pseudoatstumų klaidų dėl jonosferos įtakos $L1$ ir $L2$ kanaluose skirtumą rašysime tokiu pavidalu

$$\begin{aligned}&\Delta\delta R_{12,i}^{k,jon}(t)=\delta R_{1,i}^{k,jon}-\delta R_{2,i}^{k,jon}(t)=\\ &-10{,}504\,6\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}.\end{aligned} \tag{5}$$

Nešlio fazių skirtumo klaidų dėl jonosferos įtakos $L1$ ir $L2$ kanaluose skirtumas yra lygus

$$\begin{aligned}&\Delta\delta\Phi_{12,i}^{k,jon}(t)=\delta\Phi_{1,i}^{k,jon}-\delta\Phi_{2,i}^{k,jon}(t)=\\ &-24{,}176\,1\cdot10^{-18}\left\{TEC_{sist}+TEC_{ats}(t)\right\}.\end{aligned} \tag{6}$$

3. Pseudoatstumų variantas

Panaudosime $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų $R_{1,i}^k(t_i)$, $R_{2,i}^k(t_i)$ pavienės epochos t_i ir vieno palydovo k matavimų rezultatus. Šiuo atveju galima rašyti vieną sąlyginę lygtį:

$$\tilde{R}_{1,i}^k(t_i)-\tilde{R}_{2,i}^k(t_i)=0, \tag{7}$$

čia $\tilde{R}_{1,i}^k(t_i)=R_{1,i}^k(t_i)+v_{R_1}(t_i)+\gamma_1$, $\tilde{R}_{2,i}^k(t_i)=R_{2,i}^k(t_i)+v_{R_2}(t_i)+\gamma_2$ – $L1$ ir $L2$ kanalų i-osios epochos išlygintosios pseudoatstumų reikšmės; $v_{R_1}(t_i)$, $v_{R_2}(t_i)$ – $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų atsitiktinių klaidų dėl jonosferos įtakos ir matavimo klaidų pataisos; γ_1, γ_2 – $L1$ ir $L2$ kanalų sistemingieji parametrai, įvertinantys klaidų dėl jonosferos sisteminguosius dėmenis.

Lygybę (7) t_i epochai parašysime sąlyginių pataisų lygčių sistemos pavidalu:

$$v_{R_1}(t_i)-v_{R_2}(t_i)+\gamma_1-\gamma_2+\omega_i=0, \tag{8}$$

čia $\omega_i=R_{1,i}^k(t_i)-R_{2,i}^k(t_i)$ – laisvasis narys arba nesąryšis.

Pataisas $v_{R_i}(t_i)$ ir sisteminguosius parametrus γ_i, taikydami išraišką (2), rašome:

$$\left.\begin{aligned}v_{R_1}(t_i)&=a_1v_{r_1}(t_i)=1{,}624v_{r_i}(t_i)\\ v_{R_2}(t_i)&=a_2v_{r_2}(t_i)=2{,}674v_{r_2}(t_i)\end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma_1&=a_1\tau=1{,}624\tau\\ \gamma_2&=a_2\tau=2{,}674\tau\end{aligned}\right\}, \tag{10}$$

čia v_{r_1}, v_{r_2} – $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų redukuotosios pataisos; τ – redukuotasis sistemingasis parametras.

Papildydami turimus matavimų duomenis naujais duomenimis, galime tikslinti parametrų reikšmes. Tokiai procedūrai taikysime kolokacijos metodą, prie lygties (8) prijungsime naują lygtį:

$$\left.\begin{aligned}&a_1v_{r_1}(t_i)-a_2v_{r_2}(t_i)-1{,}05\tau+\omega_i=0\\ &v_\tau=\gamma_1-\gamma_2-(\gamma_{01}-\gamma_{02})=-1{,}05(\tau-\tau_0)\end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

čia v_τ – pataisa; γ_{01}, γ_{02} – $L1$ ir $L2$ kanalų sistemingųjų parametrų reikšmės pagal ankstesnių (pradinių) matavimų duomenis; γ_{01}, $\gamma_{02}=-1{,}05\tau_0$; τ_0 – redukuotojo sistemingojo parametro reikšmė pagal pradinių matavimų duomenis.

Pagal palydovų signalų r epochų pseudoatstumų matavimų rezultatus kiekvienam palydovui lygybių (11) pagrindu galime sudaryti sąlyginių pataisų lygčių sistemą:

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{C}\tau+\omega_{\mathrm{r}}=0\\ &\mathrm{v}_\tau=\mathrm{c_i}(\tau-\tau_0)\end{aligned}\right\}, \tag{12}$$

čia $\boldsymbol{A}$ – sąlyginių lygčių koeficientų (kai pataisos atsitiktinės) matrica, kurios matmenys – $r\times2r$; $\boldsymbol{V}_r=\left([v_{r_1}(t_1),v_{r_2}(t_2)],\ldots,[v_{r_1}(t_r),v_{r_2}(t_r)]\right)^T$ – atsitiktinių pataisų vektorius; $\boldsymbol{C}=(c_1, c_2, \ldots, c_r)$ – sąlyginių lygčių koeficientų esant redukuotam sistemingajam parametrui matrica, kurios matmenys $r\times1$; $c_i=a_1-a_2=-1{,}05$ – koeficientas, $i=1, 2, \ldots, r$; $\omega_r=\boldsymbol{AR}(\mathrm{t})$ – nesąryšių vektorius, $\boldsymbol{R}(t)=\left(\left[R_1(t_1),R_2(t_2)\right],\ldots,\left[R_1(t_r),R_2(t_r)\right]\right)^T$ – $L1$ ir $L2$ kanalų išmatuotų pseudoatstumų vektorius.

Pagal kiekvieną palydovą sudarytas sąlyginių pataisų lygčių sistemas galima laikyti nepriklausomomis ir spręsti nepriklausomai vieną nuo kitos.

Sąlyginių lygčių koeficientų stačiakampė matrica $\boldsymbol{A}$ pagal r epochų ir pavienio palydovo signalų matavimo rezultatus, kai naudojami du nešlio kanalai – $L1$ ir $L2$ (pagal P kodinius matavimus), yra kvazidiagonaliojo pavidalo:

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_1 & & & 0\\ & \boldsymbol{A}_2 & & \\ & & \ldots & \\ 0 & & & \boldsymbol{A}_r\end{pmatrix}, \tag{13}$$

čia matricos $\boldsymbol{A}$ eilučių skaičius lygus r, o stulpelių skaičius – $2r$, $\boldsymbol{A}_i=(a_1, -a_2)$ – i-osios epochos blokinė dalis, $i=1, 2, \ldots, r$; $a_1=1{,}624$; $a_2=2{,}674$

Sąlyginių pataisų lygčių sistema (12) sudaryta su prielaida, kad matuojant i-uoju *GPS* imtuvu sistemingasis jonosferos parametras τ yra nekintantis, o atsitiktinių jonosferos pataisų vektorius $\boldsymbol{V}_r$ kiekvienoje epochoje kinta atsitiktinai.

Sąlyginių pataisų lygčių sistemą (12) sprendžiame mažiausiųjų kvadratų metodu, taikydami sąlygą (Koch 2000):

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{F}=\boldsymbol{V}_r^T\boldsymbol{P}_r\boldsymbol{V}_r+v_\tau p_\tau v_\tau-2\boldsymbol{k}^T\times\\ &(\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_r+\boldsymbol{C}\tau+\omega_r)=\min,\end{aligned} \tag{14}$$

čia $\boldsymbol{P}_r=(\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\ldots,\boldsymbol{P}_r)_{\mathrm{diag}}$ – r epochų redukuotųjų pseudoatstumų svorių diagonalioji blokinė matrica, $\boldsymbol{P}_i=(p_{r_i},p_{r_2})_{\mathrm{diag}}$ – i-osios epochos redukuotųjų pseudoatstumų svorių matrica, $\boldsymbol{k}$ – Lagranžo koeficientų (koreliatų) vektorius, p_τ – pradinės τ_0 reikšmės svoris.

Sprendinys gaunamas iš lygčių sistemos:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{V}_r} = 2\boldsymbol{P}_r\boldsymbol{V}_r - 2\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{k} = 0 \\ &\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \tau} = 2\left(\frac{\partial v_\tau}{\partial \tau}\right)^T p_\tau v_\tau - 2\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{k} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

arba

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{V}_r = \boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{k} \\ &\tau = c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{k} + \tau_0 \end{aligned}\right\}. \tag{16}$$

Galutinė normalinių lygčių sistemos išraiška gaunama taikant lygčių sistemą (12):

$$\boldsymbol{N}_0\begin{pmatrix}\boldsymbol{k}\\ \tau\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\omega_r\\ c_i^2 p_\tau \tau_0\end{pmatrix} = 0, \tag{17}$$

čia $\boldsymbol{N}_0 = \begin{pmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{C}^T & -c_i^2 p_\tau\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T$, $c_i = -1{,}05$.

Sistemos sprendinys yra lygus:

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{k}\\ \tau\end{pmatrix} = -\boldsymbol{N}_0^{-1}\begin{pmatrix}\omega_r\\ c_i^2 p_\tau \tau_0\end{pmatrix}, \tag{18}$$

arba

$$\boldsymbol{k} = -\left(\boldsymbol{N} + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\right)^{-1}\left(\omega_r + \boldsymbol{C}\tau_0\right), \tag{19}$$

$$\tau = c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{k} + \tau_0 = -c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}^T \times \left(\boldsymbol{N} + c_i^{-1}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\right)^{-1}\left(\omega_r + \boldsymbol{C}\tau_0\right) + \tau_0. \tag{20}$$

Skaičiuodami pseudoatstumų svorius, remsimės $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų atsitiktinių klaidų dėl jonosferos įtakos santykiu:

$$\frac{\delta R_1^{jon}}{\delta R_2^{jon}} = \frac{f_2^2}{f_1^2}.$$

Tolesnė svorių išraiška:

$$p_{R_1}^{-1} = \left(\frac{f_2^2}{f_1^2}\right)^2 p_{R_2}^{-1} = 0{,}368\,p_{R_2}^{-1}. \tag{21}$$

Tardami, kad $p_{R_i} = 1{,}00$, gauname $p_{R_2} = 0{,}368$. Tokia prielaida neturės įtakos skaičiavimams mažiausiųjų kvadratų metodu, nes šiuo atveju skaičiavimų rezultatai priklauso tik nuo išmatuotų dydžių svorių tarpusavio santykio.

Redukuotųjų pataisų – $v_{r_1}(t_i)$ ir $v_{r_2}(t_i)$ svorius skaičiuojame iš formulių (9):

$$\left.\begin{aligned} &p_{r_1}^{-1} = \left(\frac{1}{1{,}624}\right)^2 p_{R_1}^{-1} = 0{,}380\,p_{R_1}^{-1} \\ &p_{r_2}^{-1} = \left(\frac{1}{2{,}674}\right)^2 p_{R_2}^{-1} = 0{,}140\,p_{R_2}^{-1} \end{aligned}\right\}. \tag{22}$$

Redukuotųjų pseudoatstumų atvirkštinių svorių matrica $\boldsymbol{P}_r^{-1}$ yra diagonalioji:

$$\boldsymbol{P}_r^{-1} = \left(\boldsymbol{P}_1^{-1}, \boldsymbol{P}_2^{-1}, \ldots, \boldsymbol{P}_r^{-1}\right)_{\text{diag}}, \tag{23}$$

o jos blokinės dalys lygios

$$\boldsymbol{P}_i^{-1} = \left(\boldsymbol{p}_{r_1}^{-1}, \boldsymbol{p}_{r_2}^{-1}\right)_{\text{diag}} = \left(0{,}380;\ 0{,}380\right)_{\text{diag}},$$
$$i = 1, 2, \ldots, r. \tag{24}$$

Redukuotojo sistemingojo parametro τ svoriui p_τ skaičiuoti taikysime išraišką $-1{,}05\tau = \lambda_1 - \lambda_2$. Toliau gauname

$$p_\tau^{-1} = \left(\frac{1}{1{,}05}\right)^2\left(p_{\gamma_1}^{-1} + p_{\gamma_2}^{-1}\right) = 0{,}91\left(p_{\gamma_1}^{-1} + p_{\gamma_2}^{-1}\right). \tag{25}$$

Sistemingųjų parametrų γ_i svoriams skaičiuoti taikysime formules (2) ir tyrimų rezultatus (Yih Hwa Ho *et al.* 2002; Gao, Liu 2002; Pulinets, Liu 2004), pagal kuriuos galimi $TEC(t)$ parametrų reikšmių svyravimai per valandą ar keletą minučių yra apie 20–30 %, t. y. TEC_{ats}/TEC_{sist} – 0,20–0,30. Taigi galima rašyti:

$$\frac{\delta R_{1,i,ats}^{k,jon}(t)}{\delta R_{1,i,sist}^{k,jon}} = \frac{TEC_{ats}(t)}{TEC_{sist}} = 0{,}30, \tag{26}$$

ir toliau –

$$p_{R_{1,ats}}^{-1} = 0{,}09\,p_{R_{1,sist}}^{-1} = 0{,}09\,p_{\gamma_1}^{-1}. \tag{27}$$

Analogiškai gauname lygybę

$$p_{R_{2,ats}}^{-1} = 0{,}09\,p_{\gamma_2}^{-1}. \tag{28}$$

Pagal lygybę (25), taikydami formulę (21), gauname

$$p_\tau^{-1} = 0{,}91 \cdot 11{,}1\left(p_{R_{1,ats}}^{-1} + p_{R_{2,ats}}^{-1}\right) = 37{,}5. \tag{29}$$

Pagal šią formulę nustatomas pradinės parametro τ_0 reikšmės atvirkštinis svoris.

4. Išlygintieji pseudoatstumai ir jų tikslumas

Išlygintųjų pseudoatstumų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{R}}(t) = \left\{\left[\tilde{R}_1(t_1), \tilde{R}_2(t_1)\right], \ldots, \left[\tilde{R}_1(t_r), \tilde{R}_2(t_r)\right]\right\}^T$ reikšmė skaičiuojama pagal išraišką, taikant nustatytas atsitiktinių pataisų vektoriaus $\boldsymbol{V}_R(t)$ ir sistemingųjų parametrų vektoriaus $\gamma = \boldsymbol{e}_i\tau$ reikšmes:

$$\tilde{\boldsymbol{R}}(t) = \boldsymbol{R}(t) + \boldsymbol{V}_R(t) + \boldsymbol{e}\tau = \boldsymbol{R}(t) + \bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{V}_r(t) + \boldsymbol{e}\tau, \tag{30}$$

čia $\boldsymbol{V}_R(t) = \bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{V}_r(t)$, $\boldsymbol{e} = \left(\boldsymbol{e}_1^T, \boldsymbol{e}_2^T, \ldots, \boldsymbol{e}_r^T\right)^T$ – koeficientų matrica, kurios matmenys ($2r \times 1$), $\boldsymbol{e}_i = \left(a_1, a_2\right)^T$ – vektorius, kurio matmenys (2×1). Matrica $\bar{\boldsymbol{D}}$, kurios matmenys ($2r \times 2r$), yra kvazidiagonaliojo pavidalo:

$$\bar{\boldsymbol{D}} = \begin{pmatrix}\boldsymbol{d}_1 & & & 0\\ & \boldsymbol{d}_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \boldsymbol{d}_r\end{pmatrix}, \tag{31}$$

čia $\boldsymbol{d}_i = \begin{pmatrix}a_1 & 0\\ 0 & a_2\end{pmatrix}$, $i = 1, 2, \ldots, r$.

Vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{R}}(t)$ dėmenų pagal $L1$ ir $L2$ kanalų signalus reikšmės skaičiuojamos taip:

$$\left.\begin{aligned}\tilde{R}_1(t_i) &= R_1(t_i) + v_{R_i}(t_i) + \gamma_1 \\ \tilde{R}_2(t_i) &= R_2(t_i) + v_{R_2}(t_i) + \gamma_2\end{aligned}\right\}, \tag{32}$$

čia $\gamma_1 = a_1\tau$; $\gamma_2 = a_2\tau$; $v_{R_1}(t_i) = a_1 v_{r_1}(t_i)$, $v_{R_2}(t_i) = a_2 v_{r_2}(t_i)$.

Toliau, taikydami formules (16), (19), (20), gauname šią $\tilde{\boldsymbol{R}}(t)$ išraišką:

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{R}}(t) = \boldsymbol{R}(t) + \left(\bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T\right)\boldsymbol{k} + \\ &\boldsymbol{e}\tau_0 = \boldsymbol{R}(t) - \left(\bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^2 p_r^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T\right) \times \\ &\left(\boldsymbol{N} + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\right)^{-1}\left(\omega_r + \boldsymbol{C}\tau_0\right) + \boldsymbol{e}\tau_0 = \\ &\boldsymbol{R}(t) - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_C^{-1}\left(\omega_r + \boldsymbol{C}\tau_0\right) + \boldsymbol{e}\tau_0,\end{aligned} \tag{33}$$

čia $\boldsymbol{H} = \bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T$, $\boldsymbol{N}_c = \boldsymbol{N} + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T$, $\omega_r = \boldsymbol{A}\boldsymbol{R}(t)$.

Išlygintųjų pseudoatstumų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{R}}(t)$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{R}(t)}$ nustatoma taikant tiesiniu operatoriumi transformuoto vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{R}}(t)$ išraišką kovariacijų matricai skaičiuoti. Taigi pagal formulę (33) galime rašyti:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{K}_{\tilde{R}(t)} = \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{A}\right)\boldsymbol{K}_{R(t)}\left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c\boldsymbol{A}\right)^T + \\ &\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{e}\right)\boldsymbol{K}_{\tau_0}\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{e}\right)^T,\end{aligned} \tag{34}$$

čia $\boldsymbol{K}_{R(t)} = \sigma_0^2\boldsymbol{P}_R^{-1}$, $\boldsymbol{K}_{\tau_0} = \sigma_0^2\boldsymbol{P}_{\tau_0}^{-1}$, $\boldsymbol{P}_{\tau_0} = \boldsymbol{P}_\tau$, τ_0 – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis.

Standartinio nuokrypio τ_0 įvertis m_0 skaičiuojamas pagal formulę

$$m_0^2 = \frac{1}{r}\boldsymbol{V}_R^T\boldsymbol{P}_R\boldsymbol{V}_R. \tag{35}$$

5. Nešlio fazių matavimo duomenų variantas

Tais pačiais simboliais pažymėtų pavienių matricų prasmė pseudoatstumų ir nešlio fazių matavimų variantuose yra skirtinga. Tačiau tai neturėtų sudaryti keblumų skaitant tekstą, nes kiekvieno varianto dimensijos ir rezultatai skirtingi.

Analogiškos struktūros (12) sąlyginių pataisų lygčių sistemą galima sudaryti pagal nešlio $\Phi_{1,i}^k(t)$, $\Phi_{2,i}^k(t)$ matavimų rezultatus (pagal r epochų ir vieno palydovo signalus, kai naudojami $L1$ ir $L2$ kanalai):

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_\varphi + \boldsymbol{C}\tau + \omega_\varphi = 0 \\ &v_\varphi = c_i(\tau - \tau_0)\end{aligned}\right\}, \tag{36}$$

čia $\boldsymbol{A}$ – yra sąlyginių lygčių koeficientų esant redukuotoms atsitiktinėms fazių pataisoms matrica, $\boldsymbol{V}_\varphi = \left(\left[\boldsymbol{v}_{\varphi_1}(\boldsymbol{t}_1), \boldsymbol{v}_{\varphi_2}(\boldsymbol{t}_1)\right], ..., \left[\boldsymbol{v}_{\varphi_1}(\boldsymbol{t}_r), \boldsymbol{v}_{\varphi_2}(\boldsymbol{t}_r)\right]\right)^T$ – fazių atsitiktinių redukuotųjų pataisų vektorius, τ – fazių redukuotoji sistemingoji jonosferos įtakos pataisa, τ_0 – fazių redukuotosios sistemingosios pataisos reikšmė pagal pradinius matavimus, c_i = –2,417. Matrica $\boldsymbol{C} = (c_1, c_2, ..., c_r)^T$ – sąlyginių lygčių koeficientų esant redukuotiems sistemingiesiems parametrams matrica, kurios matmenys – $r \times 1$; c_i = –2,417; i = 1, 2, ..., r.

Nesąryšių vektoriaus ω_φ išraiška: $\omega_\varphi = \boldsymbol{A}\Phi(t)$; $\mathbf{F}(t) = \left(\left[\Phi_1(t_1), \Phi_2(t_1)\right], ..., \left[\Phi_1(t_r), \Phi_2(t_r)\right]\right)^T$;

$\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t)$ – $L1$ ir $L2$ kanalų išmatuotų fazių skirtumų vektoriai.

Nešlio fazių skirtumų $\Phi_{1,i}^k(t)$ ir $\Phi_{2,i}^k(t)$ ciklų vertės yra skirtingos, todėl sudarant sąlyginių pataisų lygčių sistemą reikia taikyti abiejų kanalų – $L1$ ir $L2$ vienodą matų vienetą. Šiuo atveju abiejų kanalų fazių skirtumų matavimų rezultatai redukuojami ilgio vienetais ir užrašomi lygybėmis:

$$\begin{aligned}\Phi_{1,i}^k(t) &= \lambda_1\Phi_{1,i,cikl}^k(t), \\ \Phi_{2,i}^k(t) &= \lambda_2\Phi_{2,i,cikl}^k(t),\end{aligned}$$

čia λ_1, λ_2 – $L1$ ir $L2$ kanalų nešlio bangų ilgiai.

Matrica $\boldsymbol{A}$ yra kvazidiagonaliojo pavidalo ir jos matmenys – $(r \times 2r)$:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_1 & & 0 \\ & \boldsymbol{A}_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & \boldsymbol{A}_r\end{pmatrix},$$

čia $\boldsymbol{A}_i = (a_1, -a_2)$ – i-osios epochos blokinė dalis, i = 1, 2, ..., r; a_1 = 8,533, a_2 = 10,950; $c = a_1 - a_2$ = –2,417.

Tokiu būdu fazių pataisos $v_{\Phi_i}(t_i)$ ir sistemingieji parametrai γ_i, taikant išraišką (4), buvo redukuoti:

$$\left.\begin{aligned}v_{\Phi_1}(t_i) &= a_1 v_{\varphi_1}(t_i) = 8{,}533 v_{\varphi_1}(t_i) \\ v_{\Phi_2}(t_i) &= a_2 v_{\varphi_2}(t_i) = 10{,}95 v_{\varphi_2}(t_i)\end{aligned}\right\}, \tag{37}$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma_1 &= a_1\tau = 8{,}533\tau \\ \gamma_2 &= a_2\tau = 10{,}95\tau\end{aligned}\right\}, \tag{38}$$

čia $v_{\varphi_1}, v_{\varphi_2}$ – $L1$ ir $L2$ kanalų redukuotosios fazių pataisos, τ – redukuotasis sistemingasis parametras.

Sąlyginių pataisų lygčių sistema (36) sprendžiama mažiausiųjų kvadratų metodu, analogiškai kaip pseudoatstumų. Taigi galima rašyti:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{V}_\varphi &= \boldsymbol{P}_\varphi^{-1}\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{k} \\ \tau &= c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{k} + \tau_0\end{aligned}\right\}. \tag{39}$$

Koreliatų vektoriaus $\boldsymbol{k}$ ir parametro τ reikšmės gaunamos kaip normalinių lygčių sistemos sprendinys:

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{k} \\ \tau\end{pmatrix} = -\boldsymbol{N}_0^{-1}\begin{pmatrix}\omega_\varphi \\ c_i^2 p_\tau\tau_0\end{pmatrix}, \tag{40}$$

čia $\boldsymbol{N}_0 = \begin{pmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{C}^T & -c_i^2 p_\tau\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_\varphi^{-1}\boldsymbol{A}^T$.

Toliau

$$\boldsymbol{k} = -\left(\boldsymbol{N} + c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\right)^{-1}\left(\omega_\varphi + \boldsymbol{C}\tau_0\right), \tag{41}$$

$$\tau = c_i^{-2}p_\tau^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{k} + \tau_0. \tag{42}$$

$L1$ ir $L2$ kanalų nešlio fazių skirtumų svoriams skaičiuoti taikysime fazių skirtumų klaidų dėl jonosferos įtakos santykį:

$$\frac{\delta\Phi_1^{jon.}}{\delta\Phi_2^{jon.}} = \frac{f_2}{f_1},$$

toliau rašome

$$p_{\Phi_1}^{-1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 p_{\Phi_2}^{-1} = 0{,}606 p_{\Phi_2}^{-1}. \tag{43}$$

Jei $p_{\Phi_1} = 1{,}00$, gauname $p_{\Phi_2} = 0{,}606$.

Redukuotųjų pataisų $v_{\varphi_1}(t_i)$ ir $v_{\varphi_2}(t_i)$ svorius skaičiuojame iš formulių (37):

$$\left.\begin{aligned} p_{\varphi_1}^{-1} &= \left(\frac{1}{8{,}533}\right)^2 p_{\Phi_1}^{-1} = 0{,}0137 p_{\Phi_1}^{-1} \\ p_{\varphi_2}^{-1} &= \left(\frac{1}{10{,}95}\right)^2 p_{\Phi_2}^{-1} = 0{,}00834 p_{\Phi_2}^{-1} \end{aligned}\right\}. \tag{44}$$

Redukuotųjų fazių skirtumų atvirkštinių svorių matrica $\boldsymbol{P}_\varphi^{-1}$ yra diagonalioji:

$$\boldsymbol{P}_\varphi^{-1} = \left(\boldsymbol{P}_1^{-1}, \boldsymbol{P}_2^{-1}, \ldots, \boldsymbol{P}_r^{-1}\right)_{\text{diag}}, \tag{45}$$

o jos blokinės dalys yra lygios

$$\boldsymbol{P}_i^{-1} = \left(p_{\varphi_1}^{-1}, p_{\varphi_2}^{-1}\right)_{\text{diag}} = \left(0{,}013\,7;\ 0{,}013\,7\right)_{\text{diag}}.$$

Redukuotojo sistemingojo parametro τ svoriui skaičiuoti taikysime išraišką $\gamma_1 - \gamma_2 = c_i\tau = -2{,}417\tau$. Taigi gauname

$$p_\tau^{-1} = \left(\frac{1}{2{,}417}\right)^2 \left(p_{\lambda_1}^{-1} + p_{\lambda_2}^{-1}\right) = 0{,}171\left(p_{\gamma_1}^{-1} + p_{\gamma_2}^{-1}\right). \tag{46}$$

Toliau taikome analogiškas procedūras kaip ir skaičiuodami pseudoatstumus. Galima rašyti lygybes

$$p_{\Phi_{1,ats.}}^{-1} = 0{,}09 p_{\Phi_{1,sist.}}^{-1} = 0{,}09 p_{\gamma_1}^{-1} \tag{47}$$

ir

$$p_{\Phi_{2,ats}}^{-1} = 0{,}09 p_{\gamma_2}^{-1}. \tag{48}$$

Pagal lygybę (46), taikydami išraiškas (43), (47), (48), rašome:

$$p_\tau^{-1} = 0{,}171 \cdot 11{,}1\left(p_{\Phi_{1,ats}}^{-1} + p_{\Phi_{2,ats}}^{-1}\right) = 5{,}03. \tag{49}$$

Taip nustatomas pradinės parametro τ_0 reikšmės atvirkštinis svoris.

6. Išlygintieji nešlio fazių skirtumai ir jų tikslumas

Išlygintųjų nešlio fazių skirtumų vektoriaus

$$\tilde{\Phi}(\boldsymbol{t}) = \left(\left[\tilde{\Phi}_1(\boldsymbol{t}_1), \tilde{\Phi}_2(\boldsymbol{t}_1)\right], \ldots, \left[\tilde{\Phi}_1(\boldsymbol{t}_r), \tilde{\Phi}_2(\boldsymbol{t}_r)\right]\right)^T$$

reikšmė skaičiuojama pagal formulę, kurioje taikomos nustatytosios atsitiktinių pataisų vektoriaus $\boldsymbol{V}_\Phi(t)$ ir sistemingųjų parametrų vektoriaus $\gamma = \boldsymbol{e}\tau$ reikšmės:

$$\tilde{\Phi}(t) = \Phi(t) + \boldsymbol{V}_\Phi(t) + \boldsymbol{e}\tau = \Phi(t) + \bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{V}_\varphi(t) + \boldsymbol{e}\tau, \tag{50}$$

čia $\boldsymbol{e} = \left(\boldsymbol{e}_1^T, \boldsymbol{e}_2^T, \ldots, \boldsymbol{e}_r^T\right)^T$ – koeficientų matrica, kurios matmenys $(2r \times 1)$, $\boldsymbol{e}_i = (a_1, a_2)^T$ – vektorius, kurio matmenys (2×1). Matrica $\bar{\boldsymbol{D}}$ yra kvazidiagonaliojo pavidalo, kai matmenys $(2r \times 2r)$:

$$\bar{\boldsymbol{D}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{d}_1 & & & 0 \\ & \boldsymbol{d}_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \boldsymbol{d}_r \end{pmatrix}, \tag{51}$$

čia $\boldsymbol{d}_i = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$, $i = 1, 2, \ldots, r$.

$L1$ ir $L2$ kanalų vektoriaus $\tilde{\Phi}(t)$ dėmenų reikšmės gaunamos:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1(t_i) &= \Phi_1(t_i) + v_{\Phi_1}(t_i) + \gamma_1 \\ \tilde{\Phi}_2(t_i) &= \Phi_2(t_i) + v_{\Phi_2}(t_i) + \gamma_2 \end{aligned}\right\}, \tag{52}$$

čia $\gamma_1 = a_1\tau$, $\gamma_2 = a_2\tau$, $v_{\Phi_1}(t_i) = a_1 v_{\varphi_1}(t_i)$, $v_{\Phi_2}(t_i) = a_2 v_{\varphi_2}(t_i)$.

Taikydami formules (39), (41), (42), gauname šią $\tilde{\Phi}(t)$ išraišką:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) &= \Phi(t) + \left(\bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_\varphi^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^{-2} p_\tau^{-1} \boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T\right)\boldsymbol{k} + \boldsymbol{e}\tau_0 = \\ & \Phi(t) - \left(\bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_\varphi^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^{-2} p_\tau^{-1} \boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T\right) \times \\ & \left(\boldsymbol{N} + c_i^{-2} p_\tau^{-1} \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\right)^{-1} \left(\omega_\varphi + \boldsymbol{C}\tau_0\right) + \boldsymbol{e}\tau_0 = \\ & \Phi(t) - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\left(\omega_\varphi + \boldsymbol{C}\tau_0\right) + \boldsymbol{e}\tau_0, \end{aligned} \tag{53}$$

čia $\boldsymbol{H} = \bar{\boldsymbol{D}} \cdot \boldsymbol{P}_\varphi^{-1}\boldsymbol{A}^T + c_i^{-2} p_\tau^{-1} \boldsymbol{e}\boldsymbol{C}^T$, $\boldsymbol{N_c} = \boldsymbol{N} + c_i^{-2} p_\tau^{-1} \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T$, $\boldsymbol{\omega}_\varphi = \boldsymbol{A\Phi}(t)$.

Išlygintųjų nešlio fazių vektoriaus $\tilde{\Phi}(t)$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\Phi}(t)}$ nustatoma taikant formulėje (53) žinomus matematinės statistikos dėsnius:

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\Phi}(t)} = \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{A}\right)\boldsymbol{K}_{\Phi(t)}\left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{A}\right)^T + \left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{e}\right)\boldsymbol{K}_{\tau_0}\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{e}\right)^T, \tag{54}$$

čia $\boldsymbol{K}_{\Phi(t)} = \sigma_0^2 \boldsymbol{P}_\Phi^{-1}$, $\boldsymbol{K}_{\tau_0} = \sigma_0^2 \boldsymbol{P}_{\tau_0}^{-1}$, $\boldsymbol{P}_{\tau_0} = \boldsymbol{P}_\tau$.

Standartinio nuokrypio σ_0 įvertis m_0 skaičiuojamas pagal formulę

$$m_0^2 = \frac{1}{r}\boldsymbol{V}_\Phi^T \boldsymbol{P}_\Phi \boldsymbol{V}_\Phi. \tag{55}$$

7. Teorinių išvedimų praktinio taikymo rezultatai

Pateiksime nedidelį klaidų dėl jonosferos įtakos eliminavimo pseudoatstumų matavimo rezultatų apdorojimo procedūrose pavyzdį. Nustatysime šių klaidų atsitiktinius ir sisteminguosius dėmenis, įvertinsime gautų rezultatų tikslumą.

Trijų epochų ir vieno palydovo signalų matavimo atveju, taikydami išdėstytą teoriją, rašome sąlyginių pataisų lygčių koeficientų matricą $\boldsymbol{A}$ ir, esant redukuotam sistemingajam parametrui τ, koeficientų matricą $\boldsymbol{C}$:

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1{,}6 & -2{,}7 & 0 & 0 & 0, & 0\\ 0 & 0 & 1{,}6 & -2{,}7 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}6 & -2{,}7\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}=\left(-1{,}05;\ \ -1{,}05;\ \ -1{,}05\right)^T,\ c_i=-1{,}05.$$

Atvirkštinės svorių matricos yra lygios:

$$\boldsymbol{P}_r^{-1}=\left(\boldsymbol{P}_1^{-1},\boldsymbol{P}_2^{-1},\boldsymbol{P}_3^{-1}\right)_{\text{diag}},$$

čia $\boldsymbol{P}_i^{-1}=\left(p_{r_1}^{-1},p_{r_2}^{-1}\right)_{\text{diag}}=\left(0{,}380;\ \ 0{,}380\right)_{\text{diag}}$, i = 1, 2, 3; $p_\tau^{-1}=37{,}5$. Atvirkštinio svorio $p_\tau^{-1}=37{,}5$ reikšmė gauta tariant, kad *TEC* parametrų reikšmės svyruoja apie 30 %, t. y. TEC_{ats} / TEC_{sist} = 0,30.

Sąlyginių lygčių nesąryšių vektorius $\boldsymbol{\omega}_r$ = (–1,000; –1,2000; –1,000)^T m.

Normalinių lygčių koeficientų matrica $\boldsymbol{N}_0$ yra lygi (17):

$$\boldsymbol{N}_0=\begin{pmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{C^T} & -c_i^2 p_\tau\end{pmatrix}=$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}3{,}74 & 0 & 0 & -1{,}05\\ 0 & 3{,}74 & 0 & -1{,}05\\ 0 & 0 & 3{,}74 & -1{,}05\\ \hline -1{,}05 & -1{,}05 & -1{,}05 & -0{,}0294\end{array}\right).$$

Koreliatų ir redukuotųjų sistemingųjų parametrų vektorius (18)

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{k}\\ \tau\end{pmatrix}=-\boldsymbol{N}_0^{-1}\begin{pmatrix}\omega_r\\ c_i^2 p_\tau \tau_0\end{pmatrix}=-\boldsymbol{N}_0\begin{pmatrix}-1{,}0\\ -1{,}2\\ -1{,}0\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0{,}0086\\ 0{,}0447\\ -0{,}0086\\ \hline -0{,}986\end{pmatrix},$$

čia τ_0 = 0, nes pastarieji skaičiavimai yra pradiniai.

Sistemingųjų parametrų reikšmės:

$$\gamma_1=a_1\tau=1{,}624\left(-0{,}986\right)=-1{,}601;$$

$$\gamma_2=a_2\tau=2{,}674\left(-0{,}986\right)=-2{,}636.$$

Išmatuotų pseudoatstumų vektoriaus $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{t})$ pataisų vektoriaus $\boldsymbol{V}_{R(t)}$ reikšmė gaunama pagal formules (16), (30):

$$\boldsymbol{V}_{R(t)}=\bar{\boldsymbol{D}}\cdot\boldsymbol{V}_r\left(t\right)=\bar{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{P}_r^{-1}\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{k}=$$

$$\left(-0{,}008;\ 0{,}024;\ 0{,}044;\ -0{,}123;\ -0{,}008;\ 0{,}024\right)^T,$$

čia $\bar{\boldsymbol{D}}=\left(1{,}624;\ \ 2{,}674;\ \ 1{,}624;\ \ 2{,}674;\ \ 1{,}624;\ 2{,}674\right)_{\text{diag}}$.

Suminė atsitiktinių pataisų vektoriaus $\boldsymbol{V}_{R(t)}$ ir sistemingųjų pataisų vektoriaus $\boldsymbol{e}\tau$ reikšmė –

$\boldsymbol{V}_{R(t)}$ + $\boldsymbol{e}\tau$ =
(–1,609; –2,612; –1,557; –2,759; –1,609; –2,612)^T.

Gautos $L1$ ir $L2$ kanalų pseudoatstumų pataisos pakankamai gerai eliminuoja sąlyginių lygčių nesąryšius:

$$\delta\omega_1=-1{,}609-\left(-2{,}612\right)-1{,}000=0{,}003\,\text{m},$$

$$\delta\omega_2=-1{,}557-\left(-2{,}759\right)-1{,}200=0{,}002\,\text{m},$$

$$\delta\omega_3=-1{,}609-\left(-2{,}612\right)-1{,}000=0{,}003\,\text{m}.$$

Išlygintųjų pseudoatstumų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{R}}\left(t\right)$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{t})}$ skaičiuojama pagal formulę (34):

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{R}(t)}=\sigma_0^2\left(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{A}\right)\boldsymbol{P}_{R(t)}^{-1}\left(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}_c^{-1}\boldsymbol{A}\right)=$$

$$\begin{pmatrix}20{,}0 & 25{,}0 & 18{,}4 & 26{,}2 & 18{,}3 & 26{,}2\\ 25{,}0 & 38{,}4 & 26{,}5 & 19{,}0 & 26{,}4 & 34{,}3\\ 18{,}4 & 26{,}5 & 20{,}2 & 25{,}25 & 18{,}5 & 26{,}4\\ 26{,}2 & 19{,}0 & 25{,}5 & 38{,}4 & 26{,}4 & 34{,}3\\ 18{,}3 & 26{,}4 & 18{,}5 & 26{,}4 & 20{,}2 & 25{,}0\\ 26{,}2 & 34{,}3 & 26{,}4 & 34{,}3 & 25{,}0 & 38{,}4\end{pmatrix}.$$

Standartinio nuokrypio σ_0 įvertį m_0 apskaičiuojame pagal formulę

$$m_0^2=\frac{1}{r}\boldsymbol{V}_R^T\boldsymbol{P}_R\boldsymbol{V}_R=\frac{1}{3}0{,}008\,15=0{,}002\,72\ \text{m}^2.$$

Kovariacijų matricoje $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{t})}$ vietoje σ_0 įrašę m_0 gauname kovariacijų matricos įvertį. Jos diagonalieji elementai yra išlygintųjų pseudoatstumų $\tilde{R}\left(t_i\right)$ dispersijų įverčiai $m^2_{\tilde{R}(t_i)}$.

Taigi galime parašyti

$$m_{\tilde{R}_1(t_1)}=m_{\tilde{R}_1(t_2)}=m_{\tilde{R}_1(t_3)}=0{,}23\,\text{m};$$

$$m_{\tilde{R}_2(t_1)}=m_{\tilde{R}_2(t_2)}=m_{\tilde{R}_2(t_3)}=0{,}32\,\text{m}.$$

8. Išvados

1. Pateiktuoju metodu apskaičiuojama išmatuotų pseudoatstumų ir nešlio fazių skirtumų pataisos, eliminuojant klaidas dėl jonosferos, troposferos įtakos ir kitas matavimų klaidas, taikant sąlyginių lygčių sistemas ir kolokacijos metodą. Gautos išlygintųjų pseudoatstumų ir nešlio fazių skirtumų kovariacijų matricų formulės (34), (54).

2. Praktinių skaičiavimų rezultatai, gauti apdorojant pseudoatstumų matavimo duomenis, parodė, kad siūlomas metodas yra pakankamai efektyvus. Apskaičiuotos pseudoatstumų pataisos gana tiksliai eliminuoja sąlyginių lygčių nesąryšius.

Literatūra

Bauer, M. 1994. *Vermessung und Ortung mit Satelliten*. Heidelberg: Wichmann. 274 S.

Gao, Y. and Liu, Z. Z. 2002. Precise Ionosphere Modeling Using Regional GPS Network Data, *Journal of Global Positioning Systems* 1(1): 18–24.

Hankemeier, P. 2002. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. Multifunktionale GNSS-Referenzstationsysteme für Europa, in *Workshop von 4. 5*. März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, 16–23.

Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; and Collins, J. 1992. Global Positioning System, in *Theory and Practice*. Wien, New York: Springer-Verlag. 326 p.

Koch, K. R. 2000. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. 225 S.

Leick, A. 1995. *GPS Satellite Surveying*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 352 p.

Pulinets, S. A. and Liu, J. Y. 2004. Ionospheric variability unrelated to solar and geomagnetic activity, *Adv. Space Res*. 34: 1926–1933.

Skeivalas, J. 2002. GPS matavimų tiesinių modelių tikslumas [Accuracy of GPS observations linear models], *Geodezija ir kartografija* [*Geodesy and Cartography*] 18(2): 35–38.

Skeivalas, J. 2003. Pseudoatstumų ir nešlio fazių tiesinio modelio jonosferos įtakai eliminuoti sudarymas [Construction of linear models of pseudoranges and carrier phases for eliminating the ionosphere influence], *Geodezija ir kartografija* [*Geodesy and Cartography*] 29(3): 61–64.

Teunissen, P. J. G. 1999. An optimality property of the integer least-squares estimator, *Journal of Geodesy,* Berlin: Springer-Verlag 73: 275–284.

Yih Hwa Ho *et al.* 2002. Equatorial TEC Variations During the Geomagnetic Storm of July 15–17, 2000, in *2002 – the 27th triennial General Assembly of the International Union of Radio Science. Maastricht.*

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.
Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705,
e-mail: *jonas.skeivalas@ap.vgtu.lt*

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.