



SNIEGO APKROVOS VEIKIAMO METALO IR STIKLO DENGINIO MODELIAVIMAS

Valentinas Skaržauskas¹, Valentin Jankovski², Juozas Atkočiūnas³

*Statybinės mechanikos katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*

El. paštas: ¹valentinas.skarzauskas@adm.vtu.lt; ²JWMsoftcorp@micro.lt; ³juozas.atkociunas@st.vtu.lt

Įteikta 2006-02-24; priimta 2006-06-15

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjama erdvinė prizminio šlaitinio netaisyklingos formos denginio su ant jo komponuojamu sferoidu, laikančioji plieno konstrukcija, veikiamu nuolatinės įrėmintų stiklo paketų apkrovos bei sniego. Sudarytas prizmės ir sferoido geometrijos matematinis modelis. Stačiakampio profilio vamzdžių konstrukcijos geometrija, sniego apkrova yra modeliuojama baigtiniais elementais pagal autorių sukurtą sniego įvertinimo stiklinėms konstrukcijoms kompiuterinę programą, kuri nesunkiai susiejama su komerciniais kompiuteriniais paketais. Denginio projektavimo ir konstrukcijos įtempių bei deformacijų analizė atlikti ANSYS kompiuteriniu paketu.

Reikšminiai žodžiai: stiklo denginys, erdvinė plieno konstrukcija, sferoidas, stiklo paketai, sniego apkrova, matematinis modeliavimas, baigtinių elementų metodas.

MODELING OF GLASS-STEEL OVERLAY AND SNOW LOAD

Valentinas Skaržauskas¹, Valentin Jankovski², Juozas Atkočiūnas³

*Department of Structural Mechanics, Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania*

E-mail: ¹valentinas.skarzauskas@adm.vtu.lt; ²JWMsoftcorp@micro.lt; ³juozas.atkociunas@st.vtu.lt

Received 24 February 2006; accepted 15 June 2006

Abstract. This paper presents the analysis of the spatial prismatic sloped overlay of irregular shape with a spherical surface upon. This bearing steel structure is under a dead-load of a framed glass packet and under snow. Mathematical model of prism and spheroid geometry is developed. Construction geometry of a rectangularly profiled pipe and snow pressure is modelled in finite elements, using special software is developed by authors. This software is designed for the evaluation of glass structures and is easily adopted for a data exchange with commercial software. Computer aided design of the overlay and structure stress-deformation analysis is realized by ANSYS.

Keywords: glass overlay, spatial steel structure, spheroid, glass packet, snow pressure, mathematical modelling, finite element method.

1. Įvadas

Lengvo tipo pastatų griūtys pastaraisiais metais daugiausia susijusios su perteklinio sniego poveikiu. Todėl svarbi tampa sniego pasiskirstymo, esant sudėtingai pastato šlaitinio stogo konfigūracijai, analizė ir įvertinimas statinių skaičiavimo uždavinių matematinuose modeliuose. Sniego apkrovos kartotinis poveikis, pasitelkus prisitaikomumo te-

orią, nagrinėtas darbuose [1, 2]. Pastaraisiais metais gausėja publikacijų metalo ir stiklo denginio ir sniego apkrovos modeliavimo tematika [3–5]. Šiuose straipsniuose jau kreipiamas daug dėmesio į pačius stiklo paketus, juos laikančias celes bei į jų įkomponavimą laikančiosiose fasadų ir stogų konstrukcijose. Tokiai tematikai ir skirtas šis straipsnis, kuriame pagrindinis dėmesys, skirtingai nuo [3–5]

būdingo daugiau architektūrinio-projektinio požiūrio, skiriamas detalesnei celės darbo analizei, pasitelkus konstrukcijų mechanikos ir naujausių kompiuterinių technologijų metodikas.

Pagrindinių straipsnio idėjų iliustracijai nagrinėjama prizminio šlaitinio netaisyklingos formos denginio su ant jo komponuojamu sferoidu erdvinė laikančioji plieno konstrukcija (1 pav.), veikiama nuolatinės įremintų stiklo paketų apkrovos bei sniego slėgio [6]. Impulsą tokios originalios formos metalo ir stiklo denginio teoriniam kūrimui davė realaus rekonstruojamo pastato (Islandijos gatvėje, Vilniuje) vidaus kiemui projektuojamas denginys. Šio straipsnio skaitinis pavyzdys gali būti naudingas specifinių denginių projektuotojams.

Stačiakampio profilio vamzdžių konstrukcijos geometrija, sniego apkrova modeliuojama baigtiniais elementais pagal autorių sukurtą sniego įvertinimo stiklinėms konstrukcijoms *SPM_v1.0* programą, kuri nesunkiai gali būti susieta su komerciniais kompiuteriniais paketais. Tam sukurtas prizmę sudarančių plokštumų ir sferoido geometrijos matematinis modelis. Dauguma skaičiavimų buvo atliekama naudojant *MAPLE* [7] kompiuterinį paketą, o mazgų koordinatės nustatytos pasitelkus programinę *AutoCAD-VisualLISP* bendrą procedūrinę sąveiką. Denginio projektavimo ir darbo analizės bandymai atlikti *ANSYS* kompiuteriniu paketu [8].

2. Denginio geometrijos nustatymas

Denginio geometrija yra ypatinga, nes jo dalį sudaro nesimetrišinė ištemptos piramidės pavidalo prizmė su sferine dalimi. Konstrukcijos prizminę dalį formuoja keturios plokštumos (2 pav.). Dėl konstrukcinių ir architektūrinių sumetimais jų nuolydžiai imami 30°. Denginio plokštumų lygtys užrašomos pagal analitinės geometrijos formules, kai žinomas bent vienas jai priklausantis taškas $p = \{p_x, p_y, p_z\}$ ir normalės vektorius $n_i = \{n_{ix}, n_{iy}, n_{iz}\}$.

Taigi bet kuri *i*-toji plokštuma aprašoma tokia funkcija:

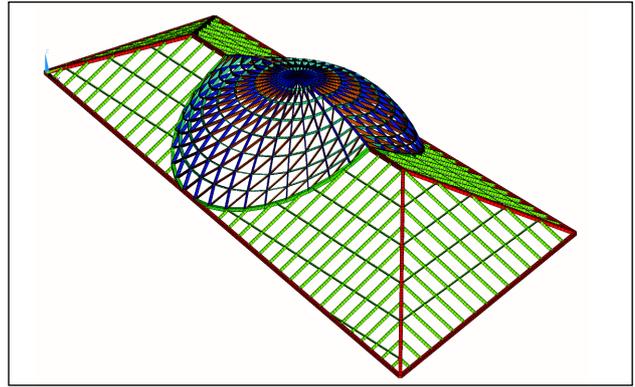
$$z_i(x, y) = -(n_{ix}x + n_{iy}y + n_i^T p) / n_{iz}$$

čia $p = a, b, c, d$ – mazgų koordinatės vektoriai (2 pav.).

Turint prizmės plokštumų lygtis, nesudėtinga apskaičiuoti kraigo mazgų *e* ir *f* koordinatas. Pavyzdžiui, kraigo mazgo *f* koordinatės gaunamos tokios:

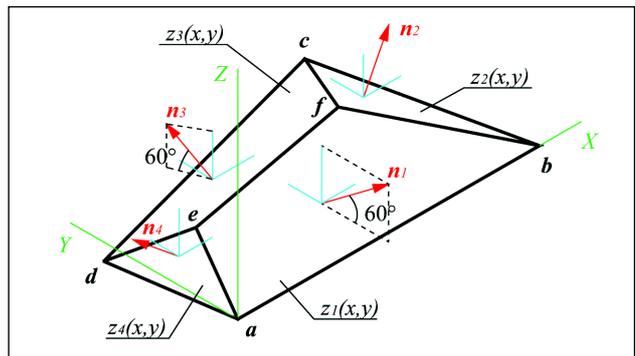
$$\begin{bmatrix} n_1^T \\ n_3^T \\ n_4^T \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow e = \{e_x, e_y, e_z\}.$$

Sferinę denginio dalį kertant nesimetrišinės prizmės plokštumomis, buvo siekiama, kad kūnų susikirtimo kreivės projekcija į horizontaliąją plokštumą taptų apskritimu. Sferoi-



1 pav. Metalo ir stiklo denginys

Fig 1. Glass-steel overlay



2 pav. Denginio prizmės plokštumos

Fig 2. Planes of prismatic overlay

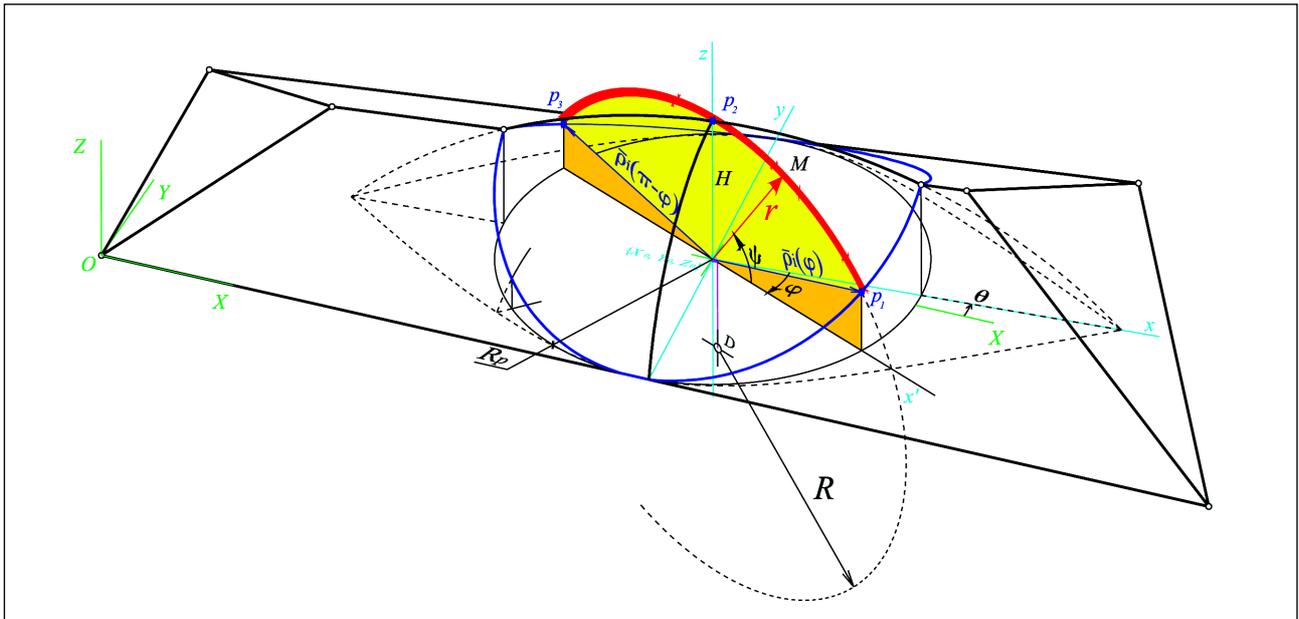
dą numatyta padaryti kraigo linijos viduryje, jo meridianai parinkti pagal apskritimo lygtį. Bendras uždavinio schemas vaizdas ir sferoido paviršiaus sudarymo schema parodyta 3 pav. Atliekant gana daug geometrinių ir analitinių skaičiavimų, buvo stengiamasi rasti erdvinę sferoido funkciją $\Omega = \Omega_s(\varphi, \psi)$ sferinėje koordinatėlių sistemoje, paskui transformuoti ją į cilindrinę koordinatėlių sistemą. Sferoidą aprašanti funkcija $\Omega = \Omega_c(\varphi, x)$ gauta tokia:

$$z = \sqrt{R^2 - (x - D_x)^2} + D_y.$$

3. Sniego poveikio modeliavimas

Ant konstrukciją sudarančių stačiakampio profilio plieno vamzdžių montuojamos aliuminio ir plastiko celės, kuriose įrengiami stiklo paketai. Plieninis karkasas, veikiamas nuolatinės ir laikinosios apkrovos, deformuojasi ir stiklo paketas gali būti pernelyg suspaustas arba išlenktas – kyla grėsmė jam suirti. Čia vertėtų statistiškai apdoroti atitinkamų bandymų rezultatus. Tai leistų įvertinti paskiro stiklo paketo patikimumą.

Skaičiuojant imama prielaida, kad stiklo paketai tik perduoda apkrovą karkasui, t. y. kad stiklo paketai yra nesi-



3 pav. Sferoidinio paviršiaus sudarymo schema

Fig 3. Design schema of spheroidal surface

deformuoja. O pats plieno karkasas mazguose yra veikiamas sutelktųjų jėgų. Toliau nagrinėjamas sniego slėgio redukovimas į ekvivalentines sutelktąsias jėgas.

Taikant trikampius baigtinius elementus (4–6 pav.), galima nagrinėti ir stačiakampes, ir kvadratinės, ir net penkiakampes celes (7, 8 pav.)

Tegul sniego slėgio veikiamo trikampio elemento mazgų koordinatės globaliojoje koordinatinių sistemoje, normalinis globalinis slėgio poveikio krypties vektorius $n_p = \{n_{px}, n_{py}, n_{pz}\}$ bei slėgio intensyvumai P_A, P_B, P_C trikampio mazguose yra žinomi (5 pav.).

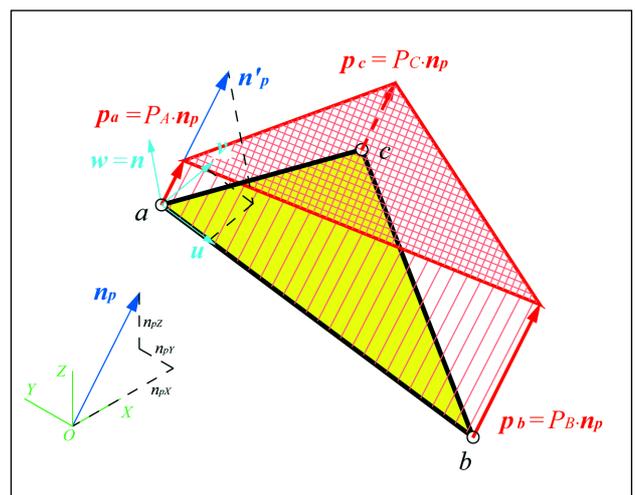
Skaičiuojant imama, kad lokalinės xyz koordinatinių sistemos ortas x visada yra orientuotas ilgesnės trikampio kraštinės kryptimi. Tolesniam integravimo procesui paruošiamos atitinkamos trikampio kraštinių tiesinės funkcijos – kintami integravimo režiai:

$$\begin{cases} y_1(x) = \frac{c_y}{c_x} x, & y_2(x) = -\frac{c_y}{b_x - c_x} x + \frac{b_x c_y}{b_x - c_x}, \\ x_1(y) = \frac{c_x}{c_y} y, & x_2(y) = -\frac{b_x - c_x}{c_y} y + b_x. \end{cases}$$

4. Trys trikampės plokštelės pusiausvyros atvejai

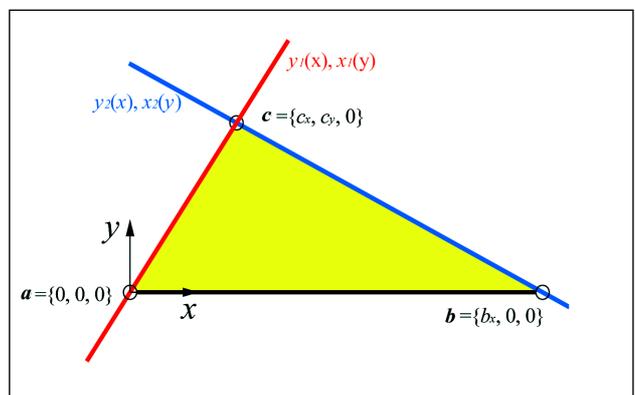
Išnagrinėti visų trijų atvejų analitiniai rezultatai buvo užrašyti vektorine forma ir transformuoti iš trikampio lokalsios į globalinę koordinatinių sistemą. Čia išsamiau aptariamas elementas, veikiamas sniego slėgio statmena jam kryptimi (6 pav.).

Čia yra žinoma slėgio intensyvumą aprašanti funkcija



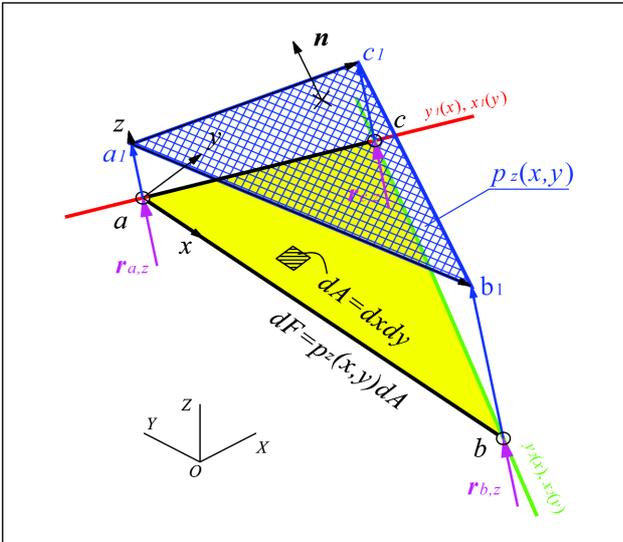
4 pav. Sniego slėgiu apkrauta trikampė plokštelė

Fig 4. Triangular plate under snow pressure



5 pav. Trikampio kraštinių tiesinės funkcijos

Fig 5. Linear functions of triangle boundaries



6 pav. Trikampės plokštelės statinė pusiausvyra

Fig 6. Static equilibrium of triangular plate

$p_z(x, y)$, reikia rasti reakcijas: $r_{a,z}$, $r_{b,z}$, $r_{c,z}$. Pagal 6 pav. užrašomos tokios statikos pusiausvyros lygtys:

$$\begin{cases} \int_0^{c_y} \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} p_z(x, y) dx dy = r_{a,z} + r_{b,z} + r_{c,z}, \\ \int_0^{c_y} \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} y p_z(x, y) dx dy = r_{c,z} c_y, \\ \int_0^{c_x} \int_0^{y_1(x)} x p_z(x, y) dy dx + \int_{c_x}^{b_x} \int_0^{y_2(x)} x p_z(x, y) dy dx = r_{c,z} c_x + r_{b,z} b_x. \end{cases} \quad (1)$$

Išsprendus (1) lygčių sistemą, galutinės reakcijų išraiškos oz kryptimi bus:

$$\begin{cases} r_{a,z} = 1/24 b_x c_y (2p_{a,z} + p_{b,z} + p_{c,z}), \\ r_{b,z} = 1/24 b_x c_y (p_{a,z} + 2p_{b,z} + p_{c,z}), \\ r_{c,z} = 1/24 b_x c_y (p_{a,z} + p_{b,z} + 2p_{c,z}). \end{cases} \quad (2)$$

Tuo atveju, kai sniego slėgis veikia trikampio elemento plokštumoje ašies ox kryptimi, panaudojus $\sum F_x = 0$ ir $\sum M_z = 0$, gaunama:

$$\begin{cases} r_{a,x} = 1/24 b_x c_y (3p_{a,x} + 3p_{b,x} + 2p_{c,x}), \\ r_{b,x} = 0, \\ r_{c,x} = 1/24 b_x c_y (p_{a,x} + p_{b,x} + 2p_{c,x}). \end{cases} \quad (3)$$

Trečiasis atvejis, kai slėgis veikia trikampio plokštumos šlyties oy kryptimi, yra visiškai analogiškas antrajam. Panaudojus statikos pusiausvyros lygtis $\sum F_x = 0$ ir

$\sum M_z = 0$, gaunamos tokios trikampio mazgų reakcijos:

$$\begin{cases} r_{a,y} = 1/24 [b_x c_y (3p_{a,y} + 2p_{c,y}) - P], \\ r_{b,y} = 1/24 [b_x c_y (p_{a,y} + 2p_{b,y} + p_{c,y}) + P], \\ r_{c,y} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

čia $P = c_x c_y (p_{a,y} + p_{b,y} + 2p_{c,y})$.

Taigi trikampio mazgų reakcijų skaičiavimo formulės jau yra žinomos. Jos jungiamos į vektorinę formą:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_a = \{r_{a,x}, r_{a,y}, r_{a,z}\}, \\ \mathbf{r}_b = \{0, r_{b,y}, r_{b,z}\}, \\ \mathbf{r}_c = \{r_{c,x}, 0, r_{c,z}\}. \end{cases} \quad (5)$$

5. Karkaso mazginių jėgų skaičiavimo algoritmas

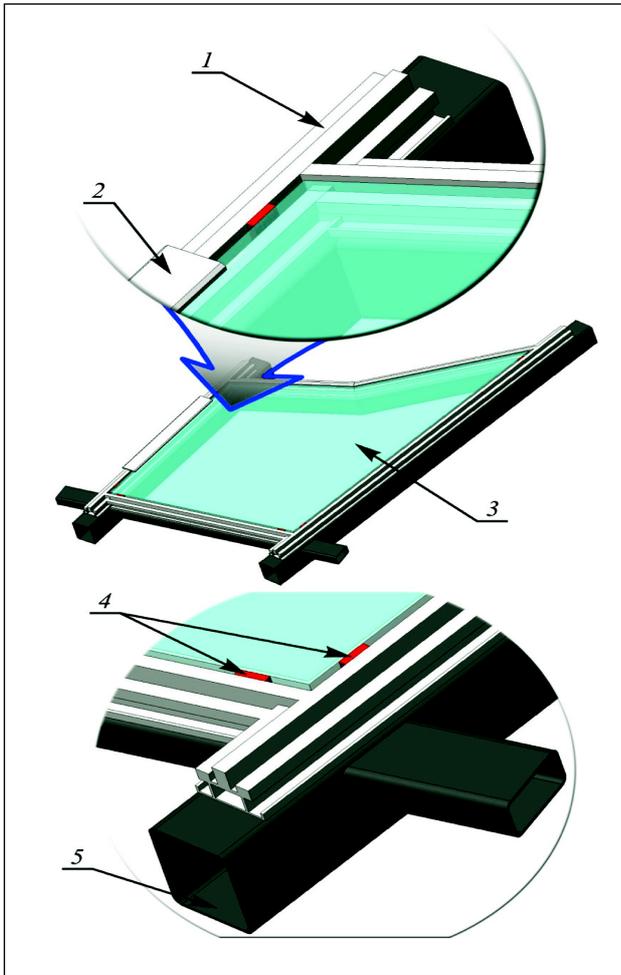
Kaip minėta, neatsižvelgiant į karkaso celių formą, jos sąlygiškai skaidomos trikampaiais elementais. Taip įvertinama celę sudarančių trikampių plokštelių ir atraminių taškų sąveika. Reakcijoms skaičiuoti yra sudaroma lokalinė celės koordinatė sistema *WCS* (*Window Coordinate System*), joje pagal (2–4) išraiškas užrašomos apkrovų ir celės atraminių reakcijų pusiausvyros sąlygos, iš kurių randamos celės reakcijos $r_{a,x}$, $r_{b,x}$, $r_{c,x}$, $r_{a,y}$, $r_{b,y}$, $r_{c,y}$.

Paskui jos transformuojamos į globalinę koordinatė sistemą ir pridamos konstrukcijos tam tikruose mazguose. Kompiuterine programa *SolidWorks* sukurtas celės modelis, parodytas 7 pav.

Celę veikiančios sniego šlyties (trinties) jėgos bus perduodamos į kampuose įrengtas atramas, o iš jų poveikį teoriškai galima perduoti karkaso mazgams. Žinant kiekvieno mazgo sniego slėgio intensyvumus ir atlikus skaičiavimus, gaunamos 8 pav. parodytos reakcijos, kurios transformuojamos į globalinę koordinatė sistemą.

6. Sniego slėgio modeliavimo kompiuterinė realizacija

Konstrukciją sudaro daug baigtinių elementų, tad jai aprašyti reikia ir gana daug duomenų. Autorių sukurta programa palengvino informacijos apie konstrukciją įvedimą ir sugrupavimą *nodes.dat*, *beams.dat* ir *areas.dat* rinkmenose (mazgų koordinatės, strypų numeracija, paviršiaus apibūdinimas). Sniego slėgio intensyvumą mazguose nurodyti galima net keliems sniego apkrovos variantams. Sukurta DEMO versijos programa *JWM SnowPressureModeller v1.0 DEMO*, sutrumpintai – *SPM*, parašyta *Borland C++ Builder 6.0* programavimo aplinkoje grynųjų *API* (*Application Programming Interface*) funkcijų pagrindu [9]. Tai lėmė jos kompaktiškumą ir vykdymo greitį. Šiuo momentu autonominė programos apimtis yra apie 110 kB. Dėl pro-



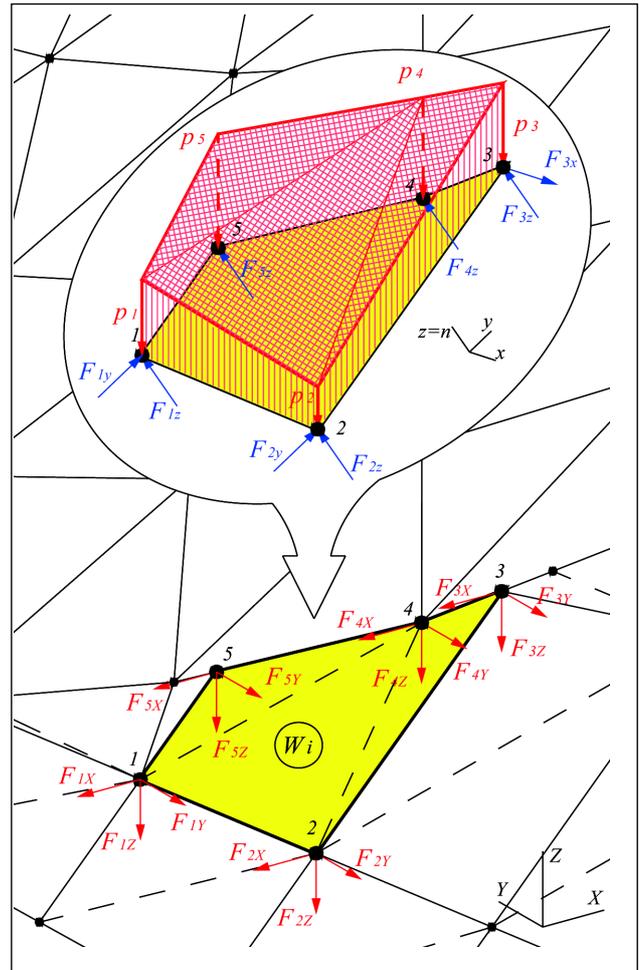
7 pav. Stiklo paketo parėmimas realioje schemeje: 1 – specialūs aliuminio profiliai, 2 – tvirtinimo ir hermetizavimo elementas, 3 – stiklo paketas, 4 – guminiai tarpikliai, 5 – laikantysis plieno karkasas

Fig 7. Supports of a glass packet: 1 – special profiles of aluminium, 2 – hermetic and fastening element, 3 – glass packet, 4 – rubber gasket, 5 – steel bearing framework

gramavimo aiškumo iš *MS DirectX* ir *OpenGL* grafine sąsaja pasirinktas *OpenGL 1.1* [10]. Ši grafikos programavimo funkcinė sąsaja kaip tik leidžia objektus pažymėti *selection* erdvėje. Ji yra ypač reikalinga pele nurodant mazgus ir jiems priskiriant tam tikrą sniego slėgio intensyvumą.

Racionalus sniego slėgio kūno modeliavimas tapo labai greitu programiniu procesu. *SPM* programoje slėgio priskyrimo operacija vykdoma paspaudus pelės klavišą, jį pri laikant tiesiog piešiama, o mazgai, patekę į kursoriaus zoną, yra pagaunami ir sumuojamas slėgio prieaugis, kuris nurodomas programos apatiniuose langeliuose. Programa kontroliuoja slėgio priskyrimo mazgams procesą ir, judant pelei, jau pažymėtam mazgui slėgis nepriskiriamas.

Tokiu būdu *SPM* programa leidžia lengvai modeliuoti sudėtingos formos denginių sniego maišus. Dėl konstrukcijų projektavimo normų nepakankamumo lieka nežinomi įvairių atvejų sniego apkrovos padidėjimo koeficientai.



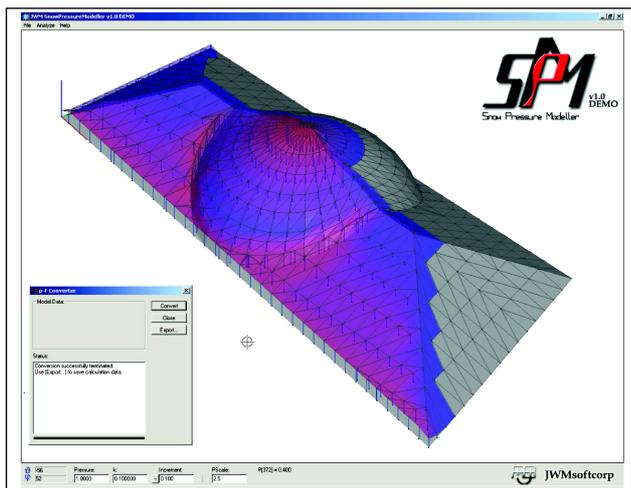
8 pav. Sniego išskirstytosios apkrovos perdavimas per stiklo paketą konstrukcijos mazgams

Fig 8. Transmission of a distributed snow load via a glass packet to nodes of structure

Programoje naudojamos kelios procedūros, padedančios rasti lango atraminių mazgų indeksus bei sniego slėgio pakeitimą koncentruotomis jėgomis konstrukcijos mazguose. Skaičiavimo rezultatas yra mazginės (sutelktosios) jėgos $\{F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}\}$, matuojamos kN.

9 pav. parodyta sniego slėgiu vienpusiškai apkrauta denginio konstrukcija. Buvo atlikta slėgio konvertavimo į konstrukcijos mazgus operacija, apskaičiuotos mazginės jėgos, o skaičiavimo rezultatai užrašomi į tam tikrą tekstinę laikmeną (žr. lentelę).

Čia nurodomas mazgo, kuriam priskiriama apkrova, numeris ir koncentruotos jėgos F_{ix}, F_{iy}, F_{iz} globalinės koordinatinių sistemų ašių kryptimis. Tolesniu konstrukcijos modeliavimo etapu *ANSYS* programinis paketas nuskaito šią rinkmeną ir tam tikruose metalo konstrukcijos baigtinių elementų mazguose prideda sutelktąsias jėgas – taip konstrukcija apkraunama jos tampriojai stadijai skaičiuoti.



9 pav. Vienpusės sniego apkrovos modeliavimas

Fig 9. Modelling of a snow unilateral load

7. Išvados

Tik šiuolaikinės kompiuterinės technologijos sudaro sąlygas tiksliau modeliuoti sudėtingų denginių konfigūracijas ir sniego poveikį joms. Sukurtoji SPM programa leidžia įvertinti bet koki sniego pasiskirstymą ant stiklo denginių, o įdiegtas algoritmas leidžia įvertinti realaus stiklo paketų darbą konstrukcijų celėse. Tikslus sniego modeliavimas – viena iš prielaidų išvengti konstrukcijų, o kartu ir statinių avarijų.

Literatūra

1. Atkočiūnas, J.; Jarmolajeva, E.; Merkevičiūtė, D. Optimal shakedown loading for circular plates. *Structural and Multidisciplinary Optimization / (ISSMO)*, 2004, Vol 27, No 3, p. 178–188.
2. Skaržauskas, V.; Merkevičiūtė, D.; Atkočiūnas, J. Optimisation des portiques dans les conditions d’adaptation avec des

Bylos *forces01.dat* fragmentas

Some data from file *forces01.dat*

Mazgo Nr.	F_{ix}	F_{iy}	F_{iz}
1	0.0240	0.0108	-0.8267
2	-0.0074	0.0011	-0.1361
3	0.0050	-0.0551	-0.0759
4	-0.0059	0.0294	-0.0650
5	-0.0034	0.0089	-0.0602
...			
323	0	0.0007	-0.6013
324	0	0.0523	-0.4498
325	0	0.0519	-0.1912
326	0.0070	0.0061	-0.0220
327	0	-0.1481	-0.4062
...			
720	0	0	0
721	0	0	0
722	0	0	0

restrictions en déplacements. *Revue Européenne de Génie Civil*, 2005, Vol 9, No 4, p. 435–453.

3. Schlaich, J.; Schober, H. Glass-Covered Grid-Schells. *Structural Engineering International*, 1996, Vol 6, No 2, p. 63–69.
4. Schober, H, Schneider, J. Developments in structural Glass and Glass Structures. *Structural Engineering International*, 2004, Vol 14, No 2, p. 84–87.
5. Kapania, R. Stability of Cylindrical Shells under combined wind and snow loads. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1990, Vol 36, part 2, p. 937–948.
6. *Statybos techninis reglamentas 2.05.04:2003. Poveikiai ir apkrovos.*
7. Harris, G.; Sabnis, G. M. *Structural modeling and experimental techniques*. Second edition. CRC Press LLC, 1999. 633 p.
8. *ANSYS Release (6.1/8.1) Documentation* (El. version).
9. Petzold, Ch. *Programming Windows*. 5th ed. The Definitive Developer’s Guide to the Windows 98 API. Microsoft Press, 1998. 922 p.
10. Richard, S.; Wright, Jr. *OpenGL SuperBible*. 1997. 769 p.

Valentinas SKARŽAUSKAS. Doctor, Assoc Prof. Dept of Structural Mechanics. Vilnius Gediminas Technical University (VGTU). Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Civil engineer (1974). Dr Eng (1982, structural mechanics). Research interests: design of steel structures, analysis and optimization of elastic-plastic structures.

Valentin JANKOVSKI. Dept of Structural Mechanics (VGTU). Student of Master’s Degree Studies. Research interests: engineering informatics, graphical systems, structural mechanics, design of steel structures.

Juozas ATKOČIŪNAS. Doctor Habil, Professor. Head of the Dept of Structural Mechanics (VGTU). Civil engineer (1967). Dr Eng (structural mechanics, 1973). Dr Habil (mechanics, 1996). Research interests: structural and computational mechanics, applied mathematical programming, analysis and optimization of dissipative structures under repeated-variable loading.